

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA ESTATAL DEL CARCHI

POSGRADO



MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA APLICADA

“Análisis estadístico de la relación entre el tamaño de partícula y la homogeneidad de una mezcla sólida mediante la aplicación de un diseño experimental, para la construcción de una curva predictiva de referencia.”

Trabajo de titulación previa la obtención del
Título de Magister en Estadística Aplicada

Autor: Ing. Salazar Santana Oscar Gonzalo

Tutora: MSc. Viñán Andino Alexandra Belén

Tulcán, 2026

CERTIFICADO DEL TUTOR

Certifico que el maestrante Salazar Santana Oscar Gonzalo con el número de cédula 1803722774 ha elaborado el trabajo de titulación: “Análisis estadístico de la relación entre el tamaño de partícula y la homogeneidad de una mezcla sólida mediante la aplicación de un diseño experimental, para la construcción de una curva predictiva de referencia”.



f.....

MSc. Viñán Andino Alexandra Belén

TUTORA

Tulcán, 2026

AUTORÍA DE TRABAJO

El presente trabajo de titulación constituye un requisito previo para la obtención del título de Magister en Estadística Aplicada.

Yo, Salazar Santana Oscar Gonzalo con cédula de identidad número 1803722774 declaro: que la investigación es absolutamente original, auténtica, personal y los resultados y conclusiones a los que he llegado son de mi absoluta responsabilidad.

OSCAR

Firmado
digitalmente por

GONZALO

OSCAR GONZALO
SALAZAR

SALAZAR

SANTANA

SANTANA

Fecha: 2026.08.11
15:04:41 -05'00'

f.....

Ing. Salazar Santana Oscar Gonzalo

AUTOR

Tulcán, 2026

ACTA DE CESIÓN DE DERECHOS DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Yo, Salazar Santana Oscar Gonzalo declaro ser autor de los criterios emitidos en el trabajo de titulación: “Análisis estadístico de la relación entre el tamaño de partícula y la homogeneidad de una mezcla sólida mediante la aplicación de un diseño experimental, para la construcción de una curva predictiva de referencia” y eximo expresamente a la Universidad Politécnica Estatal del Carchi y a sus representantes legales de posibles reclamos o acciones legales.

OSCAR

Firmado
digitalmente por

GONZALO

OSCAR GONZALO
SALAZAR

SALAZAR

SANTANA

SANTANA

Fecha: 2026.08.11
15:05:27 -05'00'

f.....

Ing. Salazar Santana Oscar Gonzalo

AUTOR

Tulcán, 2026

AGRADECIMIENTO

Agradezco profundamente a la Universidad Politécnica del Carchi y al cuerpo docente del programa de Maestría en Estadística Aplicada por compartir su conocimiento y exigencia académica, que fueron determinantes en mi proceso de formación.

A mi directora de tesis, por su guía técnica, sus observaciones oportunas y su exigencia intelectual, que contribuyeron de manera decisiva al desarrollo de este trabajo, y por el apoyo humano brindado durante este proceso, demostrando no solo su compromiso académico sino también una sincera disposición de acompañar y animar, lo que hizo de esta experiencia un camino enriquecedor.

A mis padres, hermana y abuelos, por su ejemplo de esfuerzo y dedicación, por sostenerme con su amor, por su presencia firme, y por permanecer a mi lado con cariño en cada etapa de mi vida.

A mi amada esposa, por ser mi amiga incondicional, por su amor inagotable y su complicidad infinita. Gracias por creer en mí, por animarme con tu ternura, por comprender mis silencios en los días largos y difíciles, y por sostenerme con fuerza cuando más lo necesitaba.

DEDICATORIA

A mis padres y abuelos, con todo el amor que habita en mi corazón, por ser la base firme sobre la que he construido mi vida, por enseñarme con su ejemplo el valor del trabajo, la nobleza del esfuerzo y la dignidad del proceso.

A mi hermana, con inmensa admiración y respeto, por ser luz en mi vida, inspiración en su dedicación y compañía leal en mi camino.

Y a mi esposa, mi amor, mi hogar y mi paz. Por tu amor sin medida, por tu mirada que me sostiene y por compartir conmigo este viaje con amor, paciencia y confianza.

ÍNDICE

RESUMEN.....	xiii
ABSTRACT	xvi
CAPÍTULO I.....	1
PROBLEMA	1
1.1. Planteamiento del problema	1
1.2. Preguntas de investigación	2
1.3. Objetivos de investigación	3
1.3.1. Objetivo General	3
1.3.2. Objetivos Específicos	3
1.4. Justificación.....	4
CAPÍTULO II	5
FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....	5
2.1. Antecedentes de investigación	5
2.2. Marco teórico	7
2.2.1 Fundamentos del mezclado de sólidos	7
2.2.2 Homogeneidad de mezclas.....	7
2.2.3 Tamaño de partícula y granulometría.....	8
2.2.4 Micro trazadores.....	8
2.2.5 Estadística descriptiva e inferencial	9
2.2.6 Diseño Experimental	9
2.2.7 Modelo de regresión cuadrático	11
2.2.8 Pruebas de normalidad y homogeneidad.....	12
2.2.8.1. Shapiro Wilk.	12
2.2.8.2. Levene.....	13
2.2.9 Análisis de varianza	13

2.3. Marco legal.....	14
2.3.1 Constitución de la República del Ecuador (2008).....	14
2.3.2 Código Orgánico de la Producción, Comercio e Inversiones (COPCI).....	15
2.3.3 Ley Orgánica de Sanidad Agropecuaria (LOSA)	15
2.3.4 Normas INEN relacionadas.....	15
CAPÍTULO III.....	16
METODOLOGÍA	16
3.1. Descripción del área de estudio/grupo de estudio.....	16
3.2. Enfoque y tipo de investigación	16
3.2.1 Enfoque Cuantitativo.....	16
3.2.2 Tipos de Investigación.....	17
3.3. Diseño Experimental	17
3.3.1 Justificación de los niveles y réplicas	17
3.4. Definición y operacionalización de variables	18
3.4.1 Variables Independientes.....	18
3.4.2 Variable Dependiente	18
3.5. Procedimientos experimentales	20
3.5.1 Clasificación granulométrica.....	20
3.5.2 Determinación del coeficiente de variación	20
3.5.5. Ajuste de modelos predictivos.....	22
CAPÍTULO IV.....	37
RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	23
4.1 Modelo Factorial 3x3	23
4.1.1 Generación de tratamientos experimentales	25
4.1.2 Cálculo del coeficiente de variación de los diferentes tratamientos.....	26
4.1.3 Estadísticos principales	33
4.1.4 Diagnóstico de supuestos	35

4.1.4.2 Test de homogeneidad de varianzas de Levene	37
4.1.5 Análisis de Varianza (ANOVA)	41
4.2 Medias Marginales Estimadas (EMM)	44
4.3 Identificación del tratamiento ganador.....	46
4.4 Modelo de regresión cuadrático con interacción.....	46
4.4.1 Diagnóstico de supuestos modelo cuadrático.....	50
4.4.2 Pruebas Post Hoc.....	54
4.4.3 Bondad de Ajuste del Modelo.....	57
4.4.4 Análisis de residuos.....	57
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	60
Conclusiones	60
Recomendaciones.....	61
REFERENCIAS	62
ANEXOS	68

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Preguntas de investigación	2
Tabla 2 Operacionalización de variables.....	19
Tabla 3 Niveles del factor A	24
Tabla 4 Niveles del factor B.....	24
Tabla 5 Número de réplicas.....	24
Tabla 6 Combinación de variables (tratamientos).....	25
Tabla 7 Resultados del coeficiente de variación de las partículas finas mezcladas durante un minuto.	26
Tabla 8 Resultados del coeficiente de variación de las partículas finas mezcladas durante tres minutos.....	27
Tabla 9 Resultados del coeficiente de variación de las partículas finas mezcladas durante cinco minutos.....	27
Tabla 10 Resultados del coeficiente de variación de las partículas medianas mezcladas durante un minuto.	28
Tabla 11 Resultados del coeficiente de variación de las partículas medianas mezcladas durante tres minutos	28
Tabla 12 Resultados del coeficiente de variación de las partículas medianas mezcladas durante cinco minutos.	29
Tabla 13 Resultados del coeficiente de variación de las partículas gruesas mezcladas durante un minuto.	29
Tabla 14 Resultados del coeficiente de variación de las partículas gruesas mezcladas durante tres minutos	30
Tabla 15 Resultados del coeficiente de variación de las partículas gruesas mezcladas durante cinco minutos.	30
Tabla 16 Resultados del coeficiente de variación de los tratamientos planteados.	32
Tabla 17 Medidas estadísticas principales.....	33
Tabla 18 Valor de p para el test de Shapiro-Wilk	36
Tabla 19 Valor de p para el test de Levene	39
Tabla 20 Análisis de varianza de dos vías.....	43
Tabla 21 Medias marginales estimadas (EMM) para la interacción Tamaño × Tiempo	44
Tabla 22 Mejor tratamiento encontrado según las medias marginales estimadas	46
Tabla 23 Analisis de varianza de medias cuadráticas con interacción	48

Tabla 24 Valor de p para el test de Shapiro-Wilk.....	50
Tabla 25 Valor de p para el test de homogeneidad de varianzas de Levene	51
Tabla 26 Medias marginales estimadas para el coeficiente de variación (CV) a 3 minutos de mezclado	54
Tabla 27 Comparaciones post hoc (Tukey) para Tiempo = 3 minutos	56
Tabla 28 Estadísticos de los residuos del modelo vs los residuos calculados	58
Tabla 29 Comparaciones de residuos del modelo vs los residuos calculados.	59

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Esquema del procedimiento para la determinación del coeficiente de variación.....	22
Figura 2 Coeficiente de variación según el tamaño de partícula y tiempo de mezclado.....	34
Figura 3 Histograma de frecuencias de los resultados de los coeficientes de variación.....	35
Figura 4 Gráfico Q-Q Plot test de normalidad.....	37
Figura 5 Gráfico Boxplot por Factor A (Tamaño de partículas).....	40
Figura 6 Gráfico Boxplot por Factor B (Tiempo de Mezclado).....	41
Figura 7 Gráfica de medias marginales estimadas (Tamaño, Tiempo).....	45
Figura 8 Gráfico de curvas del modelo cuadrático con teracciones.....	49
Figura 9 Gráfico para evaluación de normalidad de residuos.....	51
Figura 10 Gráfico de residuos del Factor A.....	52
Figura 11 Gráfico de residuos del Factor B.....	53
Figura 12 Contrastes post hoc entre los tratamientos al tiempo de mezclado de 3 minutos.....	55
Figura 13 Medias marginales estimadas del coeficiente de variación a un tiempo de 3 minutos.	57

RESUMEN

El presente trabajo de investigación analizó la relación entre el tamaño de partícula, el tiempo de mezclado y la homogeneidad de mezclas sólidas, con el objetivo de generar una curva predictiva que permita estimar el comportamiento de la mezcla en función de las variables mencionadas. Para ello, se desarrolló un diseño experimental factorial 3×3 con tres réplicas por tratamiento, evaluando tres tamaños de partícula (fino, medio y grueso) y tres tiempos de mezclado (1, 3 y 5 minutos). La homogeneidad se cuantificó mediante el coeficiente de variación (CV), indicador ampliamente utilizado en procesos industriales por su sensibilidad a la dispersión del material dentro de la mezcla. Los datos obtenidos fueron analizados mediante estadística inferencial, incluyendo análisis de varianza, estimación de medias marginales y ajuste de un modelo de regresión cuadrático con interacción. El modelo permitió describir adecuadamente el comportamiento no lineal de la mezcla, evidenciando diferencias significativas entre tamaños de partícula y confirmando que el efecto del tiempo depende de la granulometría empleada. Los diagnósticos de residuos confirmaron que el modelo cumple los supuestos de normalidad, homocedasticidad e independencia, garantizando su validez para fines predictivos. Los resultados mostraron que las partículas finas alcanzan mayores niveles de homogeneidad en menor tiempo, mientras que partículas gruesas requieren periodos mayores para disminuir la variabilidad. Finalmente, se generaron curvas predictivas que permiten estimar el coeficiente de variación para distintas combinaciones de tamaño y tiempo de mezclado, constituyendo una herramienta metodológica útil para optimizar operaciones de mezclado de partículas sólidas en contextos industriales.

Palabras clave: coeficiente de variación, homogeneidad, tamaño de partícula.

ABSTRACT

This research study analyzed the relationship between particle size, mixing time, and the homogeneity of solid mixtures, aiming to generate a reference curve to estimate mixture behavior as a function of these variables. To achieve this, a 3×3 factorial experimental design was developed with three replicates per treatment, evaluating three particle sizes (fine, medium, and coarse) and three mixing times (1, 3, and 5 minutes). Homogeneity was quantified using the coefficient of variation (CV), a widely applied indicator in industrial processes due to its sensitivity to material dispersion within the mixture. The data obtained were analyzed through inferential statistics, including analysis of variance (ANOVA), estimation of marginal means, and fitting of a second-order regression model. This model adequately described the nonlinear behavior of the mixture, showing significant differences among particle sizes and confirming that the effect of mixing time depends on the particle size distribution employed. Residual diagnostics confirmed that the model meets the assumptions of normality, homoscedasticity, and independence, thereby ensuring its validity for predictive purposes. Results showed that fine particles achieve higher levels of homogeneity in shorter times, while coarse particles require longer periods to reduce variability. Finally, reference curves were generated to estimate the coefficient of variation for different combinations of particle size and mixing time, providing a useful methodological tool for optimizing solid particle mixing operations in industrial contexts.

Keywords: coefficient of variation, homogeneity, particle size distribution.

CAPÍTULO I

PROBLEMA

1.1. Planteamiento del problema

En los procesos de formulación de mezclas sólidas propios de la industria alimentaria, la uniformidad u homogeneidad de los componentes constituyen un parámetro técnico determinante para asegurar la calidad del producto final. No obstante, un desafío creciente que enfrentan estas industrias es la variabilidad en la disponibilidad de materias primas, lo que obliga con frecuencia a modificar las formulaciones originales. Dichas modificaciones al variar la procedencia o la morfología de los insumos, alteran directamente la granulometría (tamaño de partícula) de los ingredientes involucrados.

Esta variación en la granulometría, aunque muchas veces inevitable impacta significativamente el comportamiento del mezclado, pues altera las propiedades de flujo, adhesión y segregación de los componentes. Esto a su vez afecta en la homogeneidad del producto final, generando problemas de calidad o incluso incumplimiento de especificaciones técnicas. En este contexto, las metodologías convencionales para evaluar la homogeneidad, como por ejemplo la recuperación de trazadores, presentan una elevada carga operativa y requieren tiempos prolongados de ejecución, lo que limita la obtención oportuna de datos cuantitativos sobre la eficiencia del proceso de mezclado.

Actualmente, se carece de herramientas objetivas o predictivas para estimar la homogeneidad de una mezcla a partir del tamaño de partícula de sus componentes. Esta carencia limita la capacidad de los formuladores para tomar decisiones rápidas y fundamentadas cuando deben adaptarse a cambios en la materia prima. Por tanto, existe una necesidad concreta de desarrollar modelos estadísticos experimentales que permitan establecer una relación cuantitativa entre el tamaño de partícula y la homogeneidad de las mezclas, facilitando así la creación de curvas referenciales predictivas que puedan ser utilizadas en entornos de producciones reales.

Esta investigación propone responder a esa necesidad mediante la implementación de un diseño experimental orientado a evaluar y modelar estadísticamente esta correlación, con el objetivo de generar herramientas que mejoren la toma de decisiones y el aseguramiento de la calidad en el contexto de formulación dinámica.

1.2. Preguntas de investigación

Para sistematizar el análisis de la interacción entre las variables granulométricas y la homogeneidad de las mezclas, se establecen interrogantes como se observa en la Tabla 1.

Tabla 1

Preguntas de investigación

Preguntas	Qué haría para dar respuesta a esa pregunta
¿Cómo influye el tamaño de partícula en la homogeneidad de las mezclas?	Influye significativamente en la homogeneidad de las mezclas, ya que partículas más finas tienden a mezclarse de forma más uniforme. En contraste, mezclas que incluyen partículas de tamaño desigual presentan mayor tendencia a la segregación lo que disminuye su homogeneidad. Esta influencia puede ser modelada estadísticamente mediante un diseño experimental que controle la granulometría y cuantifique su efecto sobre el coeficiente de variación de la mezcla.
¿Es posible construir curvas predictivas que permitan estimar la homogeneidad de una mezcla en función del tamaño de sus partículas?	Sí, es posible construir curvas predictivas mediante técnicas de regresión y análisis de variabilidad que describan la relación funcional entre el tamaño de partícula y el grado de homogeneidad. Estas curvas permiten anticipar la calidad de la mezcla antes de su elaboración, a partir de mediciones granulométricas, y constituyen una herramienta estadística de referencia para el diseño y ajuste de formulaciones en condiciones de cambio de materia prima.
¿Qué nivel de precisión pueden aportar estas curvas al coeficiente de variación cuando se trabaja con recuperaciones discretas de trazadores?	Las curvas generadas a partir de modelos ajustados experimentalmente permiten reducir el sesgo y la inestabilidad del coeficiente de variación cuando se trabaja con recuperaciones discretas (entre 1 y 15 unidades). Al incorporar un marco predictivo, es posible corregir o suavizar la variabilidad excesiva generada por el bajo número de datos, lo que mejora la precisión del análisis estadístico y la interpretación de la homogeneidad en escenarios reales de producción.

Nota: La tabla resume las preguntas de investigación que guiaron el desarrollo del estudio. Fuente: Salazar, O. (2026).

1.3. Objetivos de investigación

1.3.1. Objetivo General

- Analizar la relación entre el tamaño de partícula, el tiempo de mezclado y la homogeneidad de mezclas sólidas mediante un diseño experimental, con el fin de establecer un modelo predictivo que permita estimar la homogeneidad en función de la granulometría y del tiempo aplicado.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Determinar el coeficiente de variación de cada tratamiento experimental para cuantificar el nivel de homogeneidad alcanzado por las mezclas bajo distintas combinaciones de tamaño de partícula y tiempo de mezclado.
- Establecer un diseño experimental que permita evaluar de forma estructurada los efectos principales y la interacción entre el tamaño de partícula y el tiempo de mezclado.
- Ajustar un modelo estadístico que describa la relación entre las variables del estudio para generar curvas predictivas que permitan estimar la homogeneidad en función de la granulometría y el tiempo de mezclado.

1.4. Justificación

La presente investigación se fundamenta en la relevancia técnica y económica que representa la optimización de los procesos de mezcla dentro del sector agroindustrial, específicamente en la producción de alimentos balanceados. La conveniencia de este estudio radica en su capacidad para abordar la problemática actual de la inestabilidad en el suministro de materias primas, proporcionando una base científica que permite adaptar las formulaciones sin comprometer la calidad nutricional del producto final.

Socialmente, el proyecto trasciende al asegurar la eficiencia en la producción de proteínas esenciales como carne, leche y huevos, beneficiando directamente a las plantas procesadoras e indirectamente a los productores pecuarios y a la sociedad al garantizar la seguridad alimentaria bajo estándares de homogeneidad verificables. Desde una perspectiva práctica, el desarrollo de curvas predictivas de referencia ayuda a resolver la incertidumbre operativa que enfrentan los formuladores ante cambios en la morfología de los insumos, permitiendo una toma de decisiones ágil que reduce significativamente los costos asociados a reprocesos o incumplimiento de especificaciones técnicas.

En el ámbito teórico, este estudio cubre un vacío de conocimiento sobre la dinámica de mezclas sólidas al modelar la interacción no lineal entre la distribución granulométrica y el tiempo de mezclado, aportando evidencia cuantitativa sobre el comportamiento de estas variables a través de modelos cuadráticos que superan las limitaciones de los enfoques empíricos tradicionales. Metodológicamente, la investigación constituye un aporte relevante al demostrar la utilidad de herramientas estadísticas como el diseño de experimentos factoriales y modelos de regresión avanzados para la optimización de procesos industriales, estableciendo un enfoque reproducible y técnicamente robusto.

Finalmente, esta investigación se articula estratégicamente con los pilares de soberanía alimentaria y fortalecimiento de la eficiencia productiva nacional. Asimismo, la investigación se orienta al desarrollo agroindustrial y la innovación tecnológica, proyectándose como un instrumento técnico capaz de garantizar la solidez analítica en la resolución de problemas operativos críticos dentro de la matriz productiva regional.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1. Antecedentes de investigación

En el ámbito de la formulación de mezclas sólidas, diversos estudios han abordado la influencia de factores físicos, como el tamaño de partícula y el tiempo de mezclado, sobre la homogeneidad del producto final, no obstante, la incorporación de herramientas de estadística avanzada para modelar estas relaciones sigue siendo limitada (Ortega et al., 2022). La importancia de la homogeneidad en sistemas sólidos ha sido ampliamente documentada debido a su impacto directo en la calidad de procesos industriales, particularmente en sectores críticos como el farmacéutico y el de alimentos balanceados (Vidal et al., 2025). En este contexto Mostafaei et al. (2023), sostienen que la variabilidad en la distribución de los componentes puede comprometer significativamente la eficacia del producto final, lo que convierte al control estadístico del proceso de mezclado en un requisito indispensable para el aseguramiento de la calidad.

Dentro de la industria de alimentos balanceados, la granulometría es reconocida como un factor determinante para garantizar la homogeneidad y la eficiencia nutricional (Quispe, 2018). De acuerdo con la FAO (2014), una distribución adecuada del tamaño de partícula optimiza la digestibilidad de los nutrientes y minimiza las pérdidas ocasionadas por la segregación durante las etapas de transporte y almacenamiento. Por otro lado, el tiempo de mezclado ejerce un papel decisivo. Khan (2025), señala la existencia de un tiempo óptimo de proceso, a partir del cual no se registran mejoras en la uniformidad e incluso puede inducirse el fenómeno de desmezcla. Este comportamiento no lineal fundamenta técnicamente el uso de modelos cuadráticos para describir y optimizar el proceso de manera precisa.

En el campo de la nutrición animal, estudios como el de Gutiérrez et al. (2023) han consolidado al coeficiente de variación (CV) como el indicador estándar para evaluar la uniformidad, estableciendo los rangos de referencia aceptables para la industria. Asimismo, Vargas-González (1998), analizó el impacto del tiempo operativo, concluyendo que la prolongación excesiva del mezclado no garantiza una mejor calidad y puede favorecer la segregación. Investigaciones más recientes han profundizado en la interacción de las propiedades físicas. Del Vecchio et al. (1994), demostró que el tamaño, la densidad y la forma de las partículas influyen de manera crítica en la estabilidad de la mezcla. Complementariamente, Boente

(2025), evidenció que, si bien la reducción del tamaño de partícula mejora la cohesividad del sistema, este cambio puede generar desafíos adicionales en las propiedades de flujo.

En la actualidad, se evidencia una tendencia global hacia la integración de modelos y herramientas de estadística aplicada en la investigación científica (Tauber et al., 2023). La correcta implementación e interpretación de estas metodologías facilita la toma de decisiones estratégicas y eleva la eficiencia en el desempeño profesional de los ingenieros, impulsando el progreso técnico en sus respectivos campos de estudio, tal como mencionan Bonilla et al. (2026). En particular, autores como Mbuya et al. (2017), resaltan la relevancia del Diseño Experimental y los modelos de regresión para analizar las interacciones complejas entre variables, permitiendo reducir la variabilidad en los sistemas productivos, estos enfoques metodológicos representan la base para el desarrollo de soluciones prácticas orientadas a la optimización sistemática en la industria de alimentos balanceados.

Siguiendo esta perspectiva, Ortiz Aguilar et al. (2021) plantean que las Investigaciones Estadísticas deben inspirarse en una filosofía crítica que integre el desarrollo educativo y profesional, bajo esta concepción, el análisis de datos se define como un proceso holístico y práctico para resolver problemas reales mediante la identificación de situaciones de interés en contextos específicos, imitando la labor diaria de los estadísticos profesionales. Este enfoque permite entender la Estadística como un conocimiento integrado que vincula habilidades técnicas con la capacidad de participar críticamente en el entorno social y escolar, abordando crisis y conflictos del mundo real a través de experiencias de aprendizaje auténticas que fortalecen tanto la dimensión técnica como la conciencia social del investigador (Ortega et al., 2022).

En una investigación específica Quispe (2018), desarrollo el estudio titulado Influencia del tiempo y tamaño de partícula del maíz en la homogeneidad de alimentos balanceados para pollos en un mezclador de cintas, donde se determinaron los efectos de estas variables en alimentos destinados a la avicultura. Aunque dicho trabajo empleó un enfoque experimental convencional, sus resultados resaltan la necesidad de controlar los factores físicos que condicionan la uniformidad. En el escenario productivo actual, orientado a la optimización mediante herramientas cuantitativas, resulta imperativo complementar estos hallazgos con modelos de Estadística y Matemáticas que permitan no solo describir el fenómeno, sino también predecir y generalizar los resultados obtenidos en entornos industriales.

Finalmente, el empleo de modelos de regresión cuadrática con interacción es ampliamente recomendado para caracterizar sistemas con respuestas no lineales. Según Gutiérrez et al.

(2023), estos modelos no solo explican la variabilidad del proceso, sino que permiten generar superficies de respuesta para identificar las condiciones óptimas de operación con un menor número de ensayos experimentales. La integración de estas herramientas estadísticas avanzadas en la toma de decisiones resulta fundamental para aumentar la eficiencia operativa y reducir significativamente los costos de producción en la industria alimentaria moderna.

2.2. Marco teórico

El presente marco teórico tiene como propósito fundamentar conceptualmente los principales elementos involucrados en esta investigación: la relación entre el tamaño de partícula, la homogeneidad de mezclas y la aplicación de modelos de Estadística predictivos bajo un Diseño Experimental. A través del análisis de literatura técnica, se establece la base para comprender la interacción entre las variables de interés y la metodología adecuada para su modelamiento y aplicación industrial.

2.2.1 Fundamentos del mezclado de sólidos

El mezclado es una operación unitaria que consiste en poner en contacto diversos ingredientes con propiedades específicas para lograr una distribución uniforme que genere un sistema lo más homogéneo posible. Para alcanzar una eficiencia óptima, es fundamental considerar factores como el tipo de equipo empleado y las características físicas de los componentes (Lan et al., 2019).

Este proceso es ampliamente utilizado en industrias como la farmacéutica, agropecuaria y de materiales, donde factores como la forma, densidad, humedad y tamaño de las partículas condicionan la uniformidad de las propiedades del producto final, siendo crucial para su eficacia y calidad (Quintero et al., 2024)

2.2.2 Homogeneidad de mezclas

En la industria de alimentos balanceados, el principio básico del mezclado es la combinación técnica de ingredientes de forma que el animal obtenga las proporciones exactas de nutrientes requeridas para su óptimo desarrollo (Wegrzyn et al., 2012).

La homogeneidad se define como el grado de distribución uniforme de los componentes en toda su masa, considerándose un sistema óptimo cuando la composición de cualquier submuestra es representativa del total (Matuszek, 2021). Las variables de mayor incidencia en esta calidad son el tamaño y la densidad de las partículas; cuando los insumos presentan propiedades físicas similares, el proceso se facilita y se alcanzan niveles superiores de uniformidad (Agudo-Canalejo y Golestanian, 2019).

2.2.3 Tamaño de partícula y granulometría

La granulometría estudia la distribución de tamaños en materiales sólidos basándose comúnmente en el Diámetro Geométrico Promedio (DGP), expresado en micras. Este valor representa el tamaño medio de las partículas, asumiendo una forma esférica aproximada. Sin embargo, para caracterizar adecuadamente una muestra no basta con conocer el promedio, sino también la dispersión del tamaño de las partículas, la cual se evalúa mediante el coeficiente de variación (Finlay y Darquenne, 2020).

Técnicas como el tamizado o la difracción láser o el análisis por imagen permiten determinar esta distribución. Partículas más finas tienden a mezclarse con mayor uniformidad, mientras que la presencia de partículas de tamaño heterogéneo favorece la segregación y la deshomogeneización. La comprensión de esta relación es fundamental para mejorar el diseño de formulaciones y el rendimiento del proceso de mezclado (Roostaei et al., 2020).

2.2.4 Micro trazadores

Para evaluar el nivel de homogeneidad se utilizan micro trazadores que imitan la distribución de un micro ingrediente en una mezcla, estos han sido desarrollados como un sistema único de verificación de la mezcla y son partículas de hierro o grafito de igual tamaño cubiertos en uno o varios colores certificados y aprobados por la Administración de Alimentos y Medicamentos de los Estados Unidos, los cuales se pueden conocer al ser impregnados con una solución de Etanol al 75%, son fácilmente recuperables, identificables e inofensivos (Espinal et al., 2023).

La cuantificación de trazadores se fundamenta en el análisis de muestras obtenidas en puntos aleatorios de la mezcla. Para determinar su homogeneidad, se recurre habitualmente a estadísticos como la media, la desviación estándar y el Coeficiente de Variación (CV). No obstante, cuando se trabaja con valores discretos y de baja magnitud (en rangos de 1 a 20), el CV tiende a mostrarse inestable o poco representativo. Esta particularidad estadística exige la

aplicación de ajustes metodológicos que otorguen una mayor solidez y precisión a la interpretación de los resultados (Cordero-Hernández et al., 2020).

2.2.5 Estadística descriptiva e inferencial

Para determinar el análisis de la homogeneidad, es importante determinar los dos pilares fundamentales estadísticos:

- **Estadística descriptiva:** El análisis de los datos experimentales requiere el uso de este pilar para visualizar la variabilidad del comportamiento de las muestras, es decir, permite describir y resumir las características de los datos, utilizando las medidas de tendencia central como la media, mediana y medidas de dispersión como la desviación estándar y el coeficiente de variación (Ruz et al., 2020).

$$\text{Media Aritmética: } \bar{x} = \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i) \quad (1)$$

$$\text{Desviación Estándar: } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (2)$$

$$\text{Coeficiente de Variación: } CV = \frac{s}{\bar{x}} \times 100 \quad (3)$$

- **Estadística Inferencial:** Permite validar las generalizaciones hacia la población. Este enfoque permite optimizar la gestión del conocimiento a través del uso de tecnologías que facilitan la interpretación de la variabilidad observada, es decir, permite determinar si las diferencias observadas en la homogeneidad son procedentes al azar o a los factores controlados, que en este tema en particular es el tiempo y el tamaño de partícula (Veiga et al., 2020).

2.2.6 Diseño Experimental

En los últimos años, la aplicación de diseños experimentales ha progresado notablemente, impulsada por el reconocimiento de que un experimento bien estructurado es esencial para la mejora continua de procesos, productos y servicios. A este avance se suman las bondades del control estadístico, el cual aporta la solidez necesaria para la gestión y optimización operativa (Ramos-Galarza, 2021).

En la mayoría de los entornos industriales o científicos, los experimentos buscan desentrañar la influencia que dos o más factores ejercen sobre una variable de respuesta. Bajo este escenario, los diseños factoriales destacan por su eficiencia, ya que permiten evaluar simultáneamente tanto los efectos individuales (principales) como los conjuntos (interacciones). La potencia de este enfoque radica en que cada ensayo o réplica contempla todas las combinaciones posibles entre los niveles de los factores, garantizando así una evaluación integral y sistémica de su impacto (Galarza, 2021).

Técnicamente, el efecto principal de un factor se define como el cambio en la respuesta asociado a la modificación de sus niveles mientras los demás se mantienen constantes. No obstante, la verdadera riqueza del análisis factorial reside en la interacción, la cual revela cómo la variación de un factor puede alterar el comportamiento de otro (Rodríguez et al., 2024)

En este contexto, el diseño factorial no solo facilita la identificación de niveles óptimos de operación, sino que permite comprender la dinámica global que rige el desempeño de la variable de respuesta (Galarza, 2021).

- **A: Modelo Matemática del Diseño Factorial 3x3**

Para analizar la influencia del tamaño de partícula (Factor A) y el tiempo (Factor B) es necesario emplear el siguiente modelo lineal presentado en la Ecuación (4) (Liu et al., 2023).

$$Y_{(ijk)} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (4)$$

Donde:

μ : Media general.

α_i : Efecto del tamaño de partícula (Factor A).

β_j : Efecto del tiempo de mezclado (Factor B).

$(\alpha\beta)_{ij}$: efecto de interacción entre tamaño y tiempo.

ε_{ijk} : Error aleatorio, independiente y distribuido normalmente $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$.

- **B: Hipótesis Estadísticas:** Es necesario identificar la siguiente hipótesis para que exista la validación de la significancia de los factores (Cameron et al., 2020).

1.Efecto del tamaño de partícula (Factor A)

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0 ; H_1: \text{al menos un } \alpha_i \neq 0 \quad (5)$$

2.Efecto del tiempo de mezclado (Factor B)

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0 ; H_1: \text{al menos un } \beta_j \neq 0 \quad (6)$$

3. Interacción (AxB) entre tamaño y tiempo

$$H_0: (\alpha\beta)_{ij} = 0 \text{ para todo } i, j ; H_1: \text{al menos un } (\alpha\beta)_{ij} \neq 0 \quad (7)$$

2.2.7 Modelo de regresión cuadrático

En la actualidad, el uso sistemático de modelos estadísticos, especialmente aquellos vinculados al análisis de regresión, se ha extendido más allá de las ciencias biológicas y agrícolas, abarcando diversas disciplinas. La correcta aplicación de estos modelos exige una organización rigurosa y un desarrollo coherente del proceso investigativo, lo cual permite optimizar la generación y gestión del conocimiento. Este proceso se ve fortalecido por el uso de tecnologías de la información y la comunicación, que facilitan tanto el análisis como la interpretación de los datos (Liu et al., 2023).

El modelo de regresión cuadrático es una alternativa cuando el modelo lineal no logra un coeficiente de determinación apropiado, o cuando el fenómeno en estudio tiene un comportamiento que puede considerarse como parabólico. La forma más simple de tratar de establecer la tendencia es a través de un diagrama de dispersión o nube de puntos. Este modelo estadístico es conocido como parabólico, y es el caso más simple de modelos de regresión polinomiales, siendo su grado igual a 2 (Nascimento et al., 2019).

De acuerdo con You et al. (2022), la interacción entre las variables se describe a través de una superficie de respuesta, cuya estructura matemática integra términos lineales, cuadráticos y de interacción, como se observa en la Ecuación (8):

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_{12} X_1 X_2 + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2 + \varepsilon \quad (8)$$

Donde:

- B_0 = Valor esperado de la homogeneidad
- $\beta_1 X_1$ y $\beta_2 X_2$ = Efectos lineales, son los que cuantifican la relación directa y proporcional que tiene la granulometría (X_1) y el tiempo de mezclado (X_2) sobre el resultado.
- $\beta_{11} X_1^2$ y $\beta_{22} X_2^2$ = Términos Cuadráticos que son los que proporcionan la curvatura al modelo, facilita la identificación de crestas o valles donde la homogeneidad llega a su punto máximo de estabilidad.
- ε = Error experimental

En la industria de alimentos balanceados este enfoque permite que se elimine pruebas de ensayo y error, y que se ejecute un sistema de decisiones basados en la exactitud de modelos matemáticos que garantizan la repetibilidad y la calidad (Patil et al., 2022).

Para validar la solidez del estudio el análisis se rige por las siguientes hipótesis.

- **Hipótesis Nula (H_0):** Los factores físicos analizados no ejercen un efecto significativo sobre la homogeneidad de la mezcla ($p\text{-valor} > 0,05$).
- **Hipótesis Alterna (H_1):** Al menos uno de los factores o su interacción influyen de manera determinante en el coeficiente de variación ($p\text{-valor} \leq 0,05$).

2.2.8 Pruebas de normalidad y homogeneidad

Antes de proceder con el análisis inferencial, es imperativo validar los supuestos estadísticos que garantizan la fiabilidad de los resultados. Este proceso de verificación se centra primordialmente en el contraste de normalidad y la evaluación de la homogeneidad de las varianzas.

2.2.8.1. Shapiro Wilk.

Antes del análisis inferencial, se debe contrastar la normalidad mediante la prueba de Shapiro-Wilk, la cual es idónea para muestras menores a 50 observaciones (Beltrán y Revelo, 2025). Este test de normalidad, fue introducido considerando que el gráfico de probabilidad normal que examina el ajuste de un conjunto de datos de muestra para la distribución normal es semejante a la de regresión lineal, la línea diagonal del gráfico es la recta de ajuste perfecto, con la diferencia de que esta línea es similar a los residuos

de la regresión. Mediante el análisis de la magnitud de esta variación análisis de varianza, la calidad del ajuste puede ser examinado (Zambrano et al., 2025).

El método consiste en comenzar ordenando la muestra de menor a mayor valor, obteniendo el nuevo vector muestral. Cuando la muestra es como máximo de tamaño 50, se puede contrastar la normalidad con la prueba de Shapiro-Wilk, procediéndose a calcular la media y la varianza muestral. Se rechaza la hipótesis nula de normalidad si el estadístico Shapiro-Wilk es menor que el valor crítico proporcionado por la tabla elaborada por los autores para el tamaño de la muestra y el nivel de significancia dado (Martínez et al., 2024).

2.2.8.2. Levene

De acuerdo con Zambrano et al. (2025), para verificar el supuesto de igualdad de varianzas es aplicar una prueba estadística, una de ellas es la prueba de Levene, el cual es un procedimiento robusto a desviaciones de la normalidad.

Es fundamental en los análisis estadísticos verificar la igualdad de varianzas entre grupos, ya que garantiza la validez de pruebas como el ANOVA. Este requisito implica que las varianzas de los grupos comparados deben ser homogéneas. La homogeneidad de varianza se evalúa con pruebas como el test de Levene (Gallo y Sanchez, 2024).

Al confirmar la homogeneidad de varianza en el contexto de la evaluación de los coeficientes de variación, se asegura la validez y la robustez de las comparaciones entre tratamientos, lo que establece una base sólida para interpretar los efectos observados de manera confiable (Martínez et al., 2024).

2.2.9 Análisis de varianza

El análisis de la varianza se basa en la comparación de la variabilidad que hay entre los grupos (intergrupo) con la que hay dentro de los grupos (intragrupo), proporcionando el estadístico F para contrastar la hipótesis nula de igualdad de medias en los grupos. Cuando mayor sea el valor estadístico F, más diferenciados estarán los grupos. Si el p-valor asociado a F es igual o menor que α , se rechazará la hipótesis nula al nivel de significación α (Carleos y Corral, 2023). La aplicación de ANOVA sólo puede hacerse cuando se cumplen dos requisitos: la normalidad de la distribución de la variable y la homocedasticidad o igualdad de varianzas. Por ello, para garantizar la correcta aplicación de la prueba, es conveniente realizar una prueba de Shapiro

Wilk para comprobar la normalidad, y la prueba de Levene, para comprobar la igualdad de varianzas (López et al., 2022).

Cuando el ANOVA halla una diferencia significativa entre las medias de varios grupos, quiere decir que no hay diferencias entre al menos dos de las medias, pero no indica entre qué medias hay diferencias. Por ello es necesario hacer un análisis posterior y comprobar la diferencia entre todos los pares de medias utilizadas (Camacho, 2021).

2.2.10 Medias marginales Estimadas (MME) y Test de Tukey

La MME representa la media esperada para cada combinación de niveles, además permitiendo el control estadístico de los demás factores (Oliveira et al., 2021). Seguido de esto, es necesario la aplicación del Test de Tukey para permitir que se identifique específicamente cuáles son los pares de medias que difieren significativamente (Zambrano et al., 2025).

2.2.11 Bondad de Ajuste y Análisis de Residuos

El coeficiente R^2 permite la medición de la proporción de variabilidad explicada para el modelo predictivo y el Análisis de Residuos es necesario para que exista la verificación de forma independiente y normalidad, asegurando que las predicciones sean de forma precisa y el ajuste adecuado para representar el comportamiento real de los datos (Hernández, 2023).

2.3. Marco legal

2.3.1 Constitución de la República del Ecuador (2008)

Establece en su Artículo 66, numeral 27, el derecho de toda persona a disponer de bienes y servicios de óptima calidad, con responsabilidad y seguridad. Este principio se relaciona con el objetivo de la presente investigación, que busca mejorar la calidad de las mezclas mediante modelos estadísticos que optimicen la formulación y garanticen su homogeneidad.

Asimismo, el Artículo 13 garantiza el derecho a una alimentación sana, suficiente y nutritiva. En este sentido, asegurar la homogeneidad de mezclas en productos como alimentos balanceados es clave para garantizar el contenido nutricional esperado (Constitución de la República del Ecuador, 2008).

2.3.2 Código Orgánico de la Producción, Comercio e Inversiones (COPCI)

El COPCI promueve el desarrollo de procesos productivos eficientes y de calidad. Su artículo 18 impulsa el uso de la innovación y la mejora continua en los sectores productivos, lo cual respalda el enfoque de esta investigación, que busca aplicar herramientas estadísticas para el mejoramiento de procesos de formulación y control de calidad (COPCI, 2011).

2.3.3 Ley Orgánica de Sanidad Agropecuaria (LOSA)

Esta ley regula el control, certificación y calidad de productos agropecuarios, incluidos los alimentos balanceados para animales. La presente investigación se relaciona con la LOSA en cuanto busca establecer mejores mecanismos para asegurar la calidad de mezclas, las cuales deben cumplir criterios de homogeneidad para garantizar una nutrición adecuada en especies animales (Rivas, 2017).

2.3.4 Normas INEN relacionadas

El Instituto Ecuatoriano de Normalización (INEN) establece normas técnicas que regulan la producción de alimentos, incluyendo alimentos balanceados. Las siguientes normas son relevantes:

- INEN 1829 (2014): Alimentos balanceados para animales – Requisitos. Establece criterios de composición, homogeneidad, y control de calidad para garantizar el valor nutricional de las mezclas
- ISO 22000 (2018): Sistemas de gestión de inocuidad alimentaria. Aunque centrada en inocuidad, esta norma promueve la estandarización de procesos de producción y control, incluyendo metodologías estadísticas para validación de procesos.
- Estas normas respaldan la necesidad de implementar controles objetivos, reproducibles y cuantificables en los procesos de formulación, como los propuestos en esta tesis mediante curvas predictivas derivadas de modelos estadísticos.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3.1. Descripción del área de estudio

La presente investigación se desarrollará en el contexto del procesamiento de mezclas sólidas en la industria de alimentos balanceados, específicamente en instalaciones destinadas a la formulación y elaboración de raciones para consumo animal. Esta área se caracteriza por su alta dependencia del comportamiento físico de los ingredientes, particularmente del tamaño de partícula, el cual influye en la eficiencia del mezclado y, por ende, en la calidad nutricional del producto final (Martínez et al., 2024).

El estudio se llevará a cabo en un entorno controlado, dentro de las instalaciones de un laboratorio de control de calidad, donde se simularán condiciones reales de proceso. Las mezclas experimentales se prepararán utilizando (maíz molido) la materia prima de mayor inclusión en las dietas, bajo condiciones estandarizadas de tamaños de partículas, y tiempo de mezclado.

La variable principal de estudio es el tamaño de partícula que será manipulada de manera deliberada utilizando fracciones granulométricas clasificadas (por tamizado), mientras que la homogeneidad de las mezclas se evaluará mediante la recuperación de trazadores, técnica comúnmente empleada en la industria para medir la uniformidad del mezclado.

El área de estudio también abarca el uso de herramientas estadísticas y computacionales para la modelación de datos, lo cual se desarrollará en un entorno académico con el software estadístico R Studio, desde donde se generarán las curvas predictivas que constituirán el principal resultado del trabajo.

De esta manera, el área de estudio integra tanto el entorno industrial aplicado, donde se origina el problema práctico, como el entorno metodológico académico, donde se desarrolla el tratamiento estadístico y la construcción de modelos de referencia.

3.2. Enfoque y tipo de investigación

3.2.1 Enfoque Cuantitativo

La presente investigación se desarrolla bajo un enfoque cuantitativo, ya que busca describir y analizar la relación entre el tamaño de partícula, tiempo de mezclado y la homogeneidad de mezclas a través de la recolección, tratamiento y modelado de datos numéricos. Este enfoque

permite aplicar herramientas estadísticas para obtener medidas objetivas, establecer patrones de comportamiento y construir modelos predictivos, lo que se alinea con la naturaleza analítica y explicativa del estudio (Cameron et al., 2020).

El uso de técnicas de regresión, análisis de varianza y validación estadística respalda este enfoque, orientado a generar conocimiento basado en la evidencia empírica cuantificable.

3.2.2 Tipos de Investigación

Aplicada

La investigación tiene un propósito práctico, ya que busca generar herramientas predictivas que permitan mejorar los procesos de formulación industrial a partir de datos granulométricos. Su utilidad está dirigida a resolver problemas concretos de control de calidad y eficiencia en la industria de mezclas sólidas.

Explicativa (Causal)

El estudio no solo describe fenómenos, sino que pretende explicar la influencia del tamaño de partícula sobre la homogeneidad de las mezclas. Se busca identificar relaciones causales entre las variables y medir su impacto mediante técnicas estadísticas robustas.

Experimental

Se aplicará un diseño experimental, donde se controlará intencionalmente las variables independientes (tamaño de partícula y tiempo de mezclado) para observar su efecto sobre la variable dependiente (grado de homogeneidad). Este diseño permite aislar el efecto del factor estudiado y validar la hipótesis planteada bajo condiciones controladas.

3.3. Diseño Experimental

Se aplicará un Diseño Experimental Factorial 3x3 con tres réplicas por tratamiento lo que genera un total de 27 unidades experimentales.

3.3.1 Justificación de los niveles y réplicas

La selección de los parámetros del diseño responde a criterios técnicos, logísticos y económicos.

- **Nivel de tiempo:** Se determinó intervalos de 1, 3 y 5 minutos para cubrir con el espectro operativo estándar de mezcladores industriales, con el objetivo de observar la fase inicial, el punto de equilibrio y el riesgo de sobre mezclado (segregación).
- **Nivel de tamaño:** Se dividieron en fino, medio y grueso para que se identifique las variaciones morfológicas típicas del maíz tras la molienda, logrando cubrir el rango de mayor impacto en la eficiencia nutricional.
- **Nivel de réplicas:** Se realizó el uso de 3 réplicas para que exista el aseguramiento del potencial estadístico necesario en la validación de supuestos, logrando la solidez del análisis dentro de los límites del presupuesto asignado para microtrazadores, disponibilidad del laboratorio y los tiempos de uso de las instalaciones.

3.4. Definición y operacionalización de variables

3.4.1 Variables Independientes

Se consideró como variable independiente el tamaño de partícula y el tiempo de mezclado.

3.4.2 Variable Dependiente

Se evaluará mediante la recuperación de un trazador, marcador aplicado a la mezcla, cuantificado en varias posiciones aleatorias. La homogeneidad se expresará como coeficiente de variación (CV) de los valores de recuperación. Un CV más bajo indicará mayor uniformidad como se observa en la Tabla 2.

Tabla 2*Operacionalización de variables*

Variable	Tipo	Escala	Descripción	Valores / Niveles	Instrumento / Método de medición
Tamaño de partícula	Independiente	Cuantitativa ordinal	Representa la granulometría de los componentes sólidos utilizados en la mezcla.	Nivel 1: fino Nivel 2: medio Nivel 3: grueso	Tamizado mecánico con mallas estandarizadas
Tiempo de mezclado	Independiente	Cuantitativa continua (agrupada como ordinal)	Tiempo de operación del mezclador para cada tratamiento.	Nivel 1: corto Nivel 2: medio Nivel 3: largo	Cronómetro
Homogeneidad de la mezcla	Dependiente	Cuantitativa continua	Medida del grado de uniformidad en la distribución del trazador en la mezcla.	Valor numérico del coeficiente de variación (%)	Recuperación de trazadores + cálculo del CV (análisis estadístico)
Réplica	Control	Categórica nominal	Repetición de cada tratamiento para asegurar la confiabilidad del experimento.	Réplica 1, Réplica 2, Réplica 3	Diseño experimental (aleatorización de tratamientos)

Nota: Variables definidas para la ejecución del diseño experimental. Fuente: Salazar, O. (2026).

3.5. Procedimientos experimentales

3.5.1 Clasificación granulométrica

Selección del material base: Se utilizó maíz molido ya que es la materia prima más utilizada en la dieta de la Industria de balanceados.

Materiales y Equipos

- Molino de Martillos
- Tamiz Retsch ASTM 500 μm
- Tamiz Retsch ASTM 1000 μm
- Base Retsch ASTM
- Granulómetro Retsch AS 200

Clasificación granulométrica: Se realizó un tamizado mecánico (granulómetro Retsch AS) siguiendo una distribución de nivel bajo la Base, en el segundo nivel el tamiz de 500 μm y en el tercer nivel el tamiz de 1000 μm formando una torre. Se colocó el maíz molido en el tamiz colocado en la parte superior de la torre del granulómetro, con este procedimiento se obtuvo partículas de maíz con los niveles definidos, fino ($<500 \mu\text{m}$), medio (500–1000 μm), grueso ($>1000 \mu\text{m}$).

3.5.2 Determinación del coeficiente de variación

Preparación de muestras

Se tomó una muestra de maíz para cada tratamiento tal como se describe en la Tabla 6. Se pesó cantidades iguales de la matriz de maíz molido.

Materiales y Equipos

- Balanza analítica Sartorius Entris ED224S
- Mezcladora de un eje a escala de laboratorio
- Frasco Masón con tapa magnética
- Papel filtro Whatman de 75 mm
- Gotero de plástico de una cámara
- Solución de alcohol etílico al 75%
- Microtrazadores azules
- Espátula

Aplicación del trazador

Se incorporó 0,25 g de micro trazadores a cada tratamiento de 1 kilogramo, los trazadores serán fáciles de identificar y cuantificar posteriormente.

Ejecución del mezclado

Se mezclarán las muestras en los tres niveles de tiempo (1, 3 y 5 minutos) para cada tamaño de partícula (fino, medio y grueso), cada combinación se replicará tres veces, siguiendo un diseño completamente aleatorizado.

Muestreo para evaluación de homogeneidad:

Se tomarán 10 submuestras aleatorias (60 gramos) por mezcla, en diferentes puntos de la mezcladora, con la ayuda de una espátula.

Cuantificación del trazador

Se colocó los 60 gramos de la mezcla en un frasco masón, se colocó un papel filtro en la tapa del frasco masón y se lo agitó fuertemente durante 1 minuto, se retiró la tapa y se recuperó todos los trazadores presentes en la muestra colocando cinco gotas de la solución de alcohol etílico al 60%, se repite el proceso en la misma muestra hasta que ya no se recupere ningún trazador en el papel filtro.

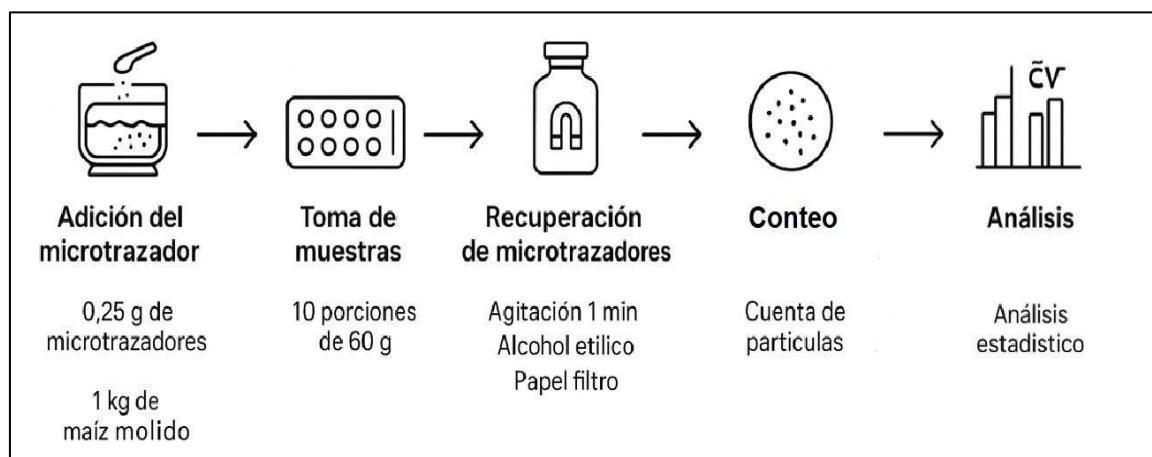
Cálculo del coeficiente de variación (CV)

Se calculó el CV (%) sumando la cantidad total de trazadores recuperados en las submuestras, en las 10 muestras de 60 gramos de cada tratamiento con la Ecuación: (9) (Ruz et al., 2020).

$$CV (\%) = \left(\frac{\text{Desviación estándar}}{\text{Media aritmética}} \right) \times 100 \quad (9)$$

Figura 1

Esquema del procedimiento para la determinación del coeficiente de variación.



Nota: Representación esquemática del procedimiento experimental utilizado para determinar la homogeneidad de las mezclas mediante la técnica de microtrazadores.

Fuente: Salazar, O. (2026).

3.5.3 Organización y tabulación de datos

Los datos obtenidos del CV se tabularon en una estructura de datos en el software R Studio. Esta matriz se compone de 27 observaciones que se derivó de la combinación de los 3 niveles del Factor A: tamaño de partícula y del Factor B: tiempo de mezclado, conjuntamente con las 3 réplicas correspondientes por cada tratamiento como se observa en la Tabla 16.

3.5.4 Análisis estadístico

Se calculó las medidas de tendencia central y medidas de dispersión para caracterizar el comportamiento del CV en cada combinación experimental.

Se realizó un análisis de varianza para evaluar efectos principales e interacción entre los factores, y para garantizar la validez del ANOVA se aplicó la prueba de Shapiro-Wilk para verificar la normalidad de los residuos y el test Levene para confirmar la homogeneidad de varianzas.

3.5.5 Ajuste de modelos predictivos

Se ajustó un modelo de regresión según el comportamiento de los datos obtenidos, los análisis se realizarán en el software R Studio.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Modelo Factorial 3x3

Este diseño experimental permitió evaluar si el tamaño de partícula, el tiempo de mezclado o la interacción entre ambos influyen significativamente en la homogeneidad de las mezclas sólidas, expresada a través del coeficiente de variación (CV) (Liu et al., 2023).

Modelo del diseño:

$$Y_{(ijk)} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (10)$$

Hipótesis del modelo

A) Efecto del tamaño de partícula (Factor A)

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$$

$$H_1: \text{al menos un } \alpha_i \neq 0$$

B) Efecto del tiempo de mezclado (Factor B)

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_1: \text{al menos un } \beta_j \neq 0$$

C) Interacción entre tamaño y tiempo

$$H_0: (\alpha\beta)_{ij} = 0 \text{ para todo } i, j$$

$$H_1: \text{al menos un } (\alpha\beta)_{ij} \neq 0$$

Tabla 3

Niveles del factor A

Tamaño de partícula (Factor A)	
A1	Fino
A2	Medio
A3	Grueso

Fuente: Salazar, O. (2026).

Tabla 4

Niveles del factor B

Tiempo de mezclado (Factor B)	
B1	1 minuto
B2	3 minutos
B3	5 minutos

Fuente: Salazar, O. (2026).

Tabla 5

Número de réplicas

Réplicas
R1
R2
R3

Fuente: Salazar, O. (2026).

4.1.1 Generación de tratamientos experimentales

Tabla 6

Combinación de variables (tratamientos)

Código de Tratamiento	Tamaño de Partícula	Tiempo de Mezclado (minutos)	Réplica
A1B1R1	Fino	1	1
A1B1R2	Fino	1	2
A1B1R3	Fino	1	3
A1B2R1	Fino	3	1
A1B2R2	Fino	3	2
A1B2R3	Fino	3	3
A1B3R1	Fino	5	1
A1B3R2	Fino	5	2
A1B3R3	Fino	5	3
A2B1R1	Medio	1	1
A2B1R2	Medio	1	2
A2B1R3	Medio	1	3
A2B2R1	Medio	3	1
A2B2R2	Medio	3	2
A2B2R3	Medio	3	3
A2B3R1	Medio	5	1
A2B3R2	Medio	5	2
A2B3R3	Medio	5	3
A3B1R1	Grueso	1	1
A3B1R2	Grueso	1	2
A3B1R3	Grueso	1	3
A3B2R1	Grueso	3	1
A3B2R2	Grueso	3	2
A3B2R3	Grueso	3	3
A3B3R1	Grueso	5	1
A3B3R2	Grueso	5	2
A3B3R3	Grueso	5	3

Nota: Combinación de los niveles de tamaño de partícula y tiempo de mezclado utilizada en el diseño experimental. Fuente: Salazar, O. (2026).

El Diseño Experimental implementado en esta investigación permitió evaluar de manera controlada el efecto combinado de dos factores fundamentales en la calidad de mezclas sólidas: el tamaño de partícula (Factor A) y el tiempo de mezclado (Factor B). Cada factor se estructuró en tres niveles definidos: fino (A1), medio (A2) y grueso (A3) para el tamaño de partícula, y 1 minuto (B1), 3 minutos (B2) y 5 minutos (B3) para el tiempo de mezclado. Se empleó tres réplicas por combinación, generando un total de 27 tratamientos experimentales.

4.1.2 Cálculo del coeficiente de variación de los diferentes tratamientos

Tabla 7

Resultados del coeficiente de variación de las partículas finas mezcladas durante un minuto

	A1B1R1	A1B1R2	A1B1R3
M1	8	10	18
M2	20	15	17
M3	14	18	14
M4	14	13	17
M5	13	12	11
M6	15	11	15
M7	13	19	17
M8	13	13	20
M9	15	16	11
M10	12	16	14
PROMEDIO	13,7	14,3	15,4
DESVESTA	2,983	2,983	2,951
CV	21,78	20,86	19,17

Nota: La tabla muestra los resultados experimentales obtenidos para el tratamiento correspondiente. Fuente: Salazar, O. (2026).

Tabla 8

Resultados del coeficiente de variación de las partículas finas mezcladas durante tres minutos

	A1B2R1	A1B2R2	A1B2R3
M1	13	14	14
M2	12	12	13
M3	12	16	15
M4	14	13	14
M5	12	16	16
M6	9	11	18
M7	10	15	15
M8	12	14	20
M9	12	12	17
M10	10	12	15
PROMEDIO	11,6	13,5	15,7
DESVESTA	1,506	1,780	2,111
CV	12,98	13,18	13,44

Nota: La tabla muestra los resultados experimentales obtenidos para el tratamiento correspondiente. Fuente: Salazar, O. (2026).

Tabla 9

Resultados del coeficiente de variación de las partículas finas mezcladas durante cinco minutos

	A1B3R1	A1B3R2	A1B3R3
M1	14	13	15
M2	11	16	15
M3	12	16	18
M4	14	12	11
M5	13	11	14
M6	15	11	13
M7	15	13	11
M8	18	15	12
M9	11	18	16
M10	14	14	16
PROMEDIO	13,7	13,9	14,1
DESVESTA	2,111	2,331	2,331
CV	15,41	16,77	16,53

Nota: La tabla muestra los resultados experimentales obtenidos para el tratamiento correspondiente. Fuente: Salazar, O. (2026).

Tabla 10

Resultados del coeficiente de variación de las partículas medianas mezcladas durante un minuto

	A2B1R1	A2B1R2	A2B1R3
M1	12	10	13
M2	12	9	8
M3	12	11	11
M4	5	13	13
M5	11	9	14
M6	8	8	9
M7	13	14	18
M8	9	12	13
M9	11	17	14
M10	10	14	11
PROMEDIO	10,3	11,7	12,4
DESVESTA	2,406	2,830	2,836
CV	23,36	24,19	22,87

Nota: La tabla muestra los resultados experimentales obtenidos para el tratamiento correspondiente. Fuente: Salazar, O. (2026).

Tabla 11

Resultados del coeficiente de variación de las partículas medianas mezcladas durante tres minutos

	A2B2R1	A2B2R2	A2B2R3
M1	10	15	13
M2	13	13	17
M3	11	13	18
M4	14	15	17
M5	13	20	14
M6	12	14	21
M7	15	14	20
M8	10	17	19
M9	15	17	18
M10	11	13	19
PROMEDIO	12,4	15,1	17,6
DESVESTA	1,897	2,283	2,503
CV	15,30	15,12	14,22

Nota: La tabla muestra los resultados experimentales obtenidos para el tratamiento correspondiente. Fuente: Salazar, O. (2026).

Tabla 12

Resultados del coeficiente de variación de las partículas medianas mezcladas durante cinco minutos

	A2B3R1	A2B3R2	A2B3R3
M1	8	10	15
M2	13	13	14
M3	9	11	17
M4	12	13	15
M5	10	11	19
M6	11	16	10
M7	12	11	15
M8	12	15	14
M9	9	11	18
M10	13	12	15
PROMEDIO	10,9	12,3	15,2
DESVESTA	1,792	1,947	2,486
CV	16,44	15,83	16,35

Nota: La tabla muestra los resultados experimentales obtenidos para el tratamiento correspondiente. Fuente: Salazar, O. (2026).

Tabla 13

Resultados del coeficiente de variación de las partículas gruesas mezcladas durante un minuto

	A3B1R1	A3B1R2	A3B1R3
M1	6	8	6
M2	5	5	7
M3	10	8	6
M4	7	4	5
M5	6	9	6
M6	8	10	7
M7	6	8	6
M8	4	7	7
M9	6	6	8
M10	7	7	11
PROMEDIO	6,5	7,2	6,9
DESVESTA	1,650	1,814	1,663
CV	25,38	25,19	24,11

Nota: La tabla muestra los resultados experimentales obtenidos para el tratamiento correspondiente. Fuente: Salazar, O. (2026).

Tabla 14

Resultados del coeficiente de variación de las partículas gruesas mezcladas durante tres minutos

	A3B2R1	A3B2R2	A3B2R3
M1	5	6	8
M2	6	5	7
M3	7	6	8
M4	6	7	6
M5	5	6	6
M6	8	4	5
M7	8	6	6
M8	7	4	7
M9	8	6	6
M10	6	7	5
PROMEDIO	6,6	5,7	6,4
DESVESTA	1,174	1,059	1,075
CV	17,78	18,59	16,80

Nota: La tabla muestra los resultados experimentales obtenidos para el tratamiento correspondiente. Fuente: Salazar, O. (2026).

Tabla 15

Resultados del coeficiente de variación de las partículas gruesas mezcladas durante cinco minutos

	A3B3R1	A3B3R2	A3B3R3
M1	6	7	9
M2	5	6	6
M3	9	6	9
M4	6	5	7
M5	6	7	9
M6	9	9	6
M7	7	6	5
M8	9	9	9
M9	7	7	6
M10	6	9	6
PROMEDIO	7	7,1	7,2
DESVESTA	1,491	1,449	1,619
CV	21,30	20,41	22,49

Nota: La tabla muestra los resultados experimentales obtenidos para el tratamiento correspondiente. Fuente: Salazar, O. (2026).

Tamaño de partícula fino (A1)

Los valores de CV para las partículas finas oscilaron entre 12,98% (A1B2) a 21,78% (A1B1). El resultado más bajo se registró al mezclar durante 3 minutos, lo que sugiere que este tiempo favorece una distribución óptima sin inducir a la segregación. Por el contrario, el aumento a 5 minutos no redujo la variabilidad, lo que podría indicar una redistribución o segregación de las partículas. Zuta (2023), menciona que una mayor cantidad de puntos de contacto potencia la interacción entre partículas; esto favorece una mezcla cohesiva donde los microtrazadores se adhieren mejor, logrando una distribución aleatoria más estable y, por ende, un menor CV.

Tamaño de partícula medio (A2)

En cuanto al tamaño de partícula media, los tratamientos presentaron valores de CV entre 14,22% (A2B2) y 24,19% (A2B1). De manera similar a las partículas finas, los mejores resultados se lograron con 3 minutos de mezclado, tiempo que ofrece el balance adecuado entre eficacia del mezclado y baja dispersión. Incrementar la agitación a 5 minutos (A2B3) no representó mejora significativa y un ligero aumento del CV. Martínez et al. (2024), confirman que una mayor cantidad de puntos conectados intensifica la interacción entre las partículas, permitiendo que la mezcla sea cohesiva que logre la adhesión de microtrazadores, logrando una distribución aleatoria más estable y un CV reducido.

Tamaño de partícula grueso (A3)

Contrario a lo esperado, los tratamientos con partículas gruesas presentaron los coeficientes de variación más altos del experimento (16,8% y 25,38%), si bien la menor variabilidad se observó a los 3 minutos (A3B2), la razón de este comportamiento radica en la baja adherencia y fricción intrínseca de las partículas de gran tamaño. Según Phillips y Williams (2021), esta característica facilita una distribución sumamente veloz al inicio, sin embargo, esa misma falta de fuerzas cohesivas las vuelve vulnerables a la desmezcla. Por ello, al extender el tiempo, el sistema se vuelve sensible a perturbaciones mecánicas, impidiendo que la mezcla se estabilice como ocurre con partículas más finas.

Tabla 16

Resultados del coeficiente de variación de los tratamientos planteados.

Tratamiento	CV
A1B1R1	21,78
A1B1R2	20,86
A1B1R3	19,17
A1B2R1	12,98
A1B2R2	13,18
A1B2R3	13,44
A1B3R1	15,41
A1B3R2	16,77
A1B3R3	16,53
A2B1R1	23,36
A2B1R2	24,19
A2B1R3	22,87
A2B2R1	15,30
A2B2R2	15,12
A2B2R3	14,22
A2B3R1	16,44
A2B3R2	15,83
A2B3R3	16,35
A3B1R1	25,38
A3B1R2	25,19
A3B1R3	24,11
A3B2R1	17,78
A3B2R2	18,59
A3B2R3	16,80
A3B3R1	21,30
A3B3R2	20,41
A3B3R3	22,49

Nota: La tabla muestra los resultados experimentales obtenidos del coeficiente de variación de todos los tratamientos. Fuente: Salazar, O. (2026).

4.1.3 Estadísticos principales

Al analizar la información, los resultados presentados en la tabla 17 revelan un conjunto de datos con una variabilidad moderada. Este comportamiento se observa inicialmente en el rango de aproximadamente 12,4 unidades (desde el valor mínimo de 12,98 al máximo de 25,38). A esto se suma la consistencia de tener una media y la mediana cercana de 18,74 y 17,78 respectivamente, lo que sugiere una distribución simétrica en los datos. Asimismo, el valor del tercer cuartil de 22,14 indica que el 75% de los datos son iguales o menores a este valor, evidenciando que existe una dispersión hacia los valores superiores. Todo esto se sintetiza en la desviación estándar de 3,93, la cual apunta a una dispersión relativa de los valores en relación con la media y reafirma la magnitud moderada de la variabilidad en los datos (Ramos-Galarza, 2021).

Tabla 17

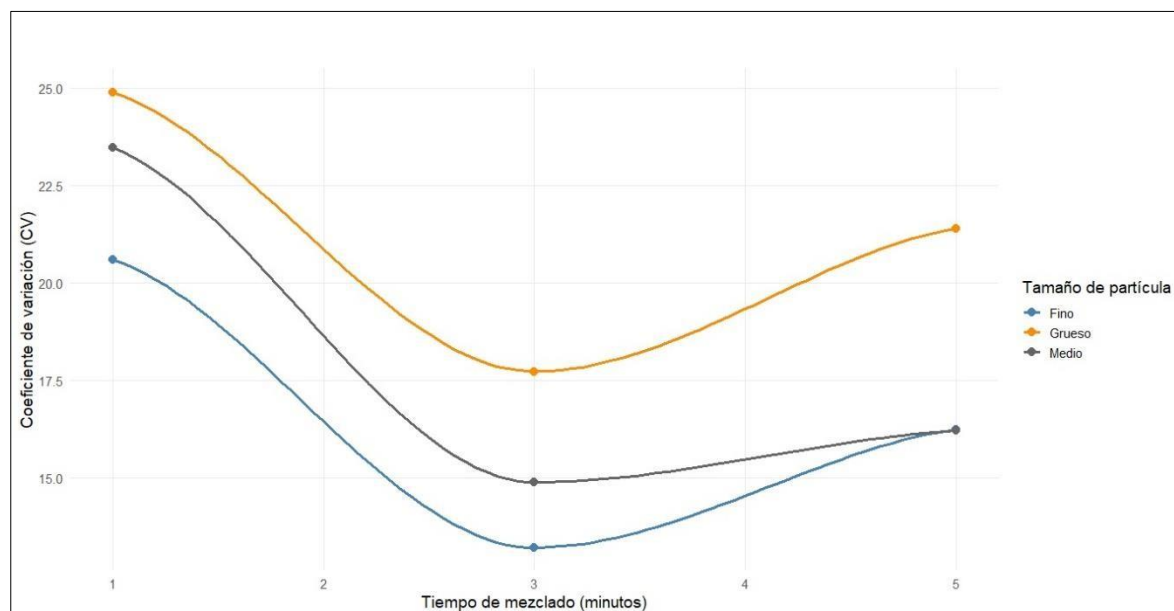
Medidas estadísticas principales

Medida	Valor
Mínimo	12,98
Máximo	25,38
Media	18,74
Cuartil 2	17,78
Cuartil 3	22,14
Desviación estándar	3,93

Nota: La tabla muestra las medidas estadísticas principales de los coeficientes de variación.
Fuente: Salazar, O. (2026).

Figura 2

Coefficiente de variación según el tamaño de partícula y tiempo de mezclado

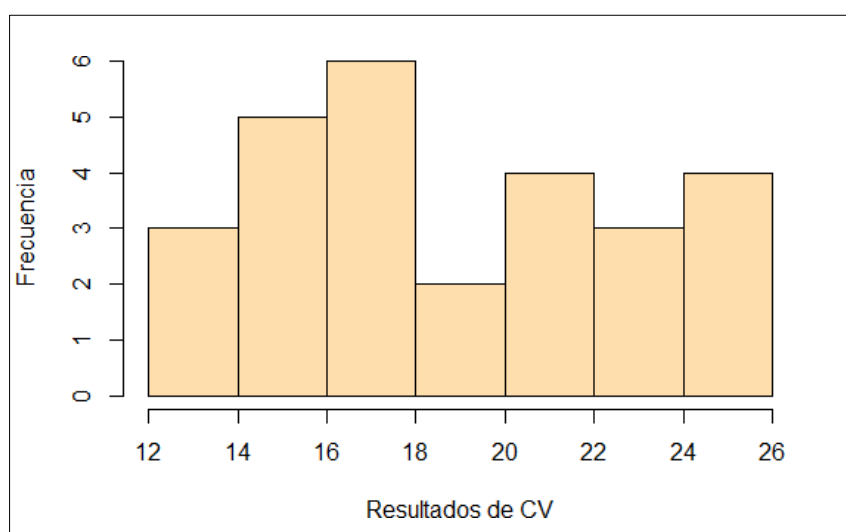


Nota: Esta figura muestra el comportamiento del coeficiente de variación, en función del tamaño de partícula y el tiempo de mezclado. Fuente: Salazar, O. (2026).

La figura 2 evidencia una clara interacción entre el tamaño de partícula y el tiempo de mezclado sobre la homogeneidad de las mezclas, medida a través del coeficiente de variación (CV). Se observa que las partículas finas presentan los valores más bajos de CV, lo que refleja una mayor uniformidad en la distribución de los componentes, mientras que las partículas gruesas tienden a mostrar mayor variabilidad, asociada a una menor eficiencia de mezclado. Asimismo, el comportamiento de las curvas indica que el tiempo de tres minutos constituye un punto óptimo de mezcla, en el cual el CV alcanza su valor mínimo antes de incrementarse levemente a los cinco minutos, posiblemente por efectos de sobre mezclado o redistribución desigual de partículas. Según Rubio et al. (2023), estos resultados sugieren que la combinación de una granulometría fina y un tiempo intermedio de mezclado favorece la homogeneidad del sistema, validando la influencia conjunta de ambos factores en el desempeño del proceso y proporcionando una base sólida para el ajuste de modelos predictivos en formulaciones sólidas.

Figura 3

Histograma de frecuencias de los resultados de los coeficientes de variación



Nota: El histograma presenta la distribución de frecuencias de los coeficientes de variación obtenidos en el experimento. Fuente: Salazar, O. (2026).

En el histograma de frecuencias mostrado en la figura 3, destaca una concentración significativa de valores de CV entre 14 y 18, con un pico máximo de frecuencia entre 16 y 18. Rizza et al. (2024), menciona en su investigación que esta agrupación sugiere que la mayoría de las mezclas presentan coeficientes de variación dentro de este intervalo. A medida que nos alejamos de esta región central, la frecuencia de los valores de CV disminuye, siendo más baja en los extremos del espectro. También, se observa una ligera asimetría hacia la derecha de la distribución, indicando una mayor presencia de valores de CV más altos en comparación con los valores de CV más bajos.

4.1.4 Diagnóstico de supuestos

4.1.4.1 Test de normalidad de Shaphiro-Wilk

Según Zambrano et al. (2025), la relevancia del test de Shapiro-Wilk radica en su eficacia para determinar si los datos siguen una distribución normal de forma precisa y confiable. Este test resulta especialmente adecuado para muestras pequeñas, ya que posee una alta sensibilidad para identificar desviaciones respecto a la normalidad. Verificar que los datos cumplan con este supuesto es fundamental antes de aplicar pruebas estadísticas como el análisis de varianza (ANOVA), las cuales requieren normalidad para obtener resultados válidos.

El estadístico de prueba se muestra en la ecuación:

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n \alpha_i x_i)^2}{[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2]} \quad (11)$$

Donde:

x_i = En la i -ésima estadística del orden.

$\bar{x} = \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i)$: Media de la muestra.

$$a_i = (a_i, \dots, a_n) = \frac{m^T V^{-1}}{(m^T V^{-1} V^{-1} m)^{\frac{1}{2}}} \quad (12)$$

$m = (m_1, \dots, m_n)^T$: Son los valores esperados de las estadísticas del orden de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, muestreadas de distribuciones normales.

V = Es la matriz de covarianza de la estadística del orden

Método Analítico

H_0 : Los datos del coeficiente de variación (CV) de las mezclas se distribuyen de manera normal.

H_a : Los datos del coeficiente de variación (CV) de las mezclas no se distribuyen de manera normal.

Tabla 18

Valor de p para el test de Shapiro-Wilk

Estadístico	Valor
p-valor	0,08514
Nivel de significancia (α)	0,05

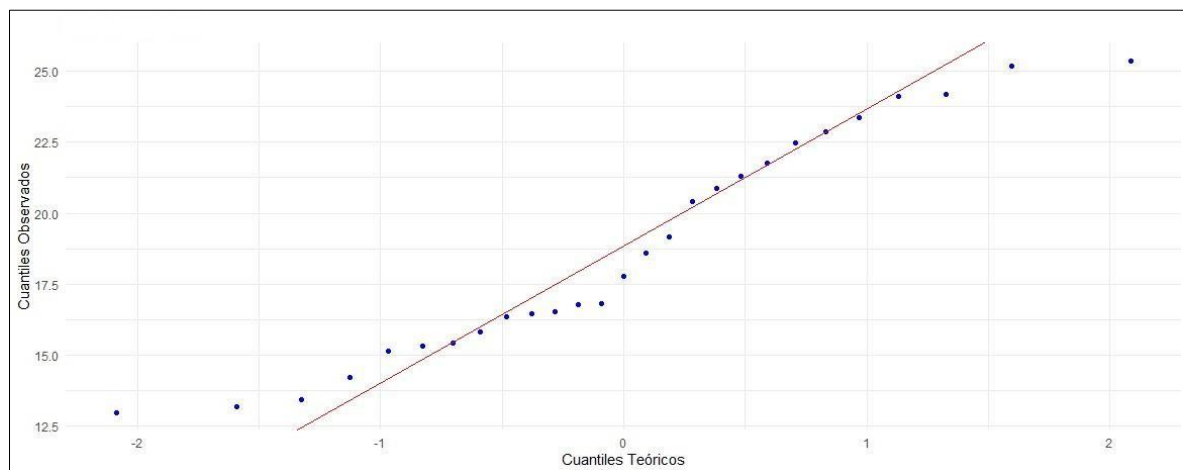
Nota: Resultados del valor de p calculado. Fuente: Salazar, O. (2026).

Aunque el valor p obtenido en la tabla 18, se aproxima al nivel de significancia seleccionado para esta prueba, no tenemos evidencia suficiente para rechazar la hipótesis de normalidad, por lo tanto, se comprueba que los datos siguen una distribución normal.

Método Gráfico

Figura 4

Gráfico Q-Q Plot test de normalidad



Nota: La imagen presenta los cuantiles observados frente a los cuantiles teóricos de una distribución normal. Fuente: Salazar, O. (2026).

En el gráfico de la figura 4, la mayoría de los puntos están relativamente cerca de la línea, lo que sugiere que los datos de los coeficientes de variación se ajustan a una distribución normal. No obstante, se observan ciertas desviaciones ya que los puntos en la cola inferior están por debajo de la línea, mientras que los puntos en la cola superior están por encima de la línea. López et al. (2022), menciona que esta presentación son indicadores de las colas de la distribución de los datos son más ligeras que las colas de una distribución normal.

4.1.4.2 Test de homogeneidad de varianzas de Levene

Carleos y Corral (2023), en su estudio indican que la prueba de Levene utiliza la desviación absoluta de las observaciones Y_{ij} de cada tratamiento de la mediana de los tratamientos $\tilde{Y}_i$. Esta prueba evalúa si la media de estas desviaciones es igual o no para todos los tratamientos. Si las desviaciones medias son iguales, las varianzas de las observaciones de todos los tratamientos son iguales.

Supuestos Iniciales

- Tienes k grupos independientes
- Cada grupo i tiene n_i observaciones
- Las observaciones en el grupo i se denotan como X_{ij} , donde $j = 1, 2, \dots, n_i$.

Cálculo de la Mediana

Se calcula la mediana de cada grupo:

$$\bar{x}_i = \text{mediana} (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ini}) \quad (13)$$

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n_i} + \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij} \quad (14)$$

Transformación de las observaciones

$$Z_{ij} = |x_{ij} - \bar{x}_i| \quad (15)$$

$$Z_{ij} = |c - \bar{x}_i| \quad (16)$$

Cálculo de la Varianza de los Valores Transformados

Se calculan las varianzas de los valores transformados en cada grupo:

$$S^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} (z_{ij} - \bar{z}_i)^2 \quad (17)$$

$\bar{z}_i$ = es la media de los z_{ij} en el grupo i

Cálculo del estadístico de Levene

Se combinan las varianzas de los valores transformados para obtener el estadístico de Levene:

$$W = \frac{(N-k)}{k-1} \cdot \frac{\sum_{i=1}^k n_i (\bar{z}_i - \bar{z})^2}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (z_{ij} - \bar{z}_i)^2} \quad (18)$$

Donde N es el número total de observaciones ($N = \sum_{i=1}^k n_i$) y $\bar{z}$ es la media global de los z_{ij}

- El estadístico W sigue aproximadamente una distribución F con k-1 y N-k grados de libertad bajo la hipótesis nula.
- Si el valor p asociado con el estadístico W es menor que el nivel de significancia α (por ejemplo 0,05), se rechaza la hipótesis nula de igualdad de varianzas.
- Si el valor de p es mayor que α , no se rechaza la hipótesis nula.

Este modelo matemático proporciona una base sólida para evaluar la homogeneidad de varianzas en diferentes grupos y asegurar la validez de análisis posteriores, como el análisis de varianza.

Método Analítico

H_0 : Los datos del coeficiente de variación de las mezclas (CV) presentan una igualdad de varianzas.

H_a : Los datos del coeficiente de variación de las mezclas (CV) no presentan una igualdad de varianzas.

Tabla 19

Valor de p para el test de Levene

Estadístico	Valor
p-valor	0,9473
Nivel de significancia (α)	0,05

Nota: Resultados del valor de p calculado. Fuente: Salazar, O. (2026).

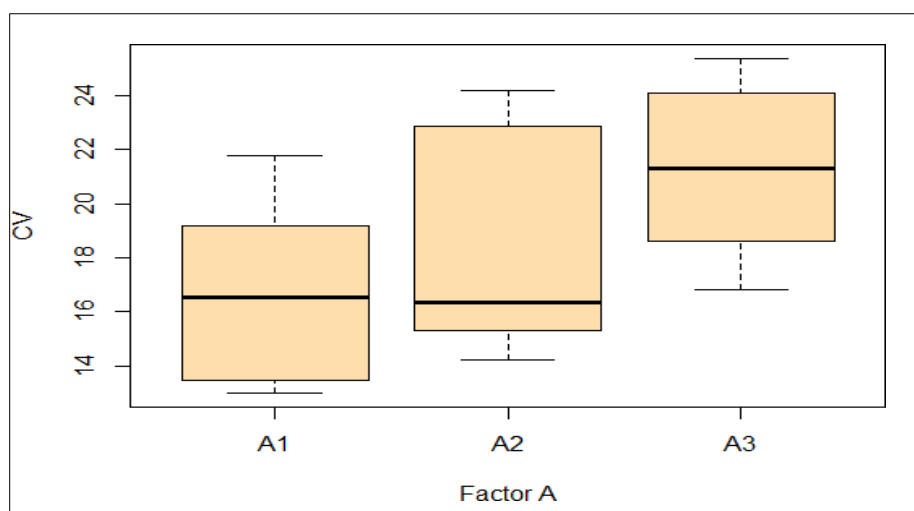
En este caso, la hipótesis nula establece que las varianzas de los grupos son iguales. Debido a que, no contamos con suficiente evidencia para concluir que las varianzas de los grupos son significativamente diferentes.

Método Gráfico

La figura 5 sugiere variaciones importantes en el Coeficiente de Variación (CV) en función al tamaño de las partículas. Los resultados muestran que la mediana del CV es efectivamente más alta para las partículas gruesas (A3) en comparación con los tamaños menores (A1 y A2). En cuanto a la dispersión, por el rango intercuartílico (tamaño de las cajas) no aumenta linealmente, la mayor variabilidad se presentó en el tamaño intermedio (A2), mientras que A1 y A3 muestran una dispersión ligeramente menor en sus cuartiles. López et al. (2022) mencionan que existe una relación directamente proporcional, donde a mayor tamaño de partícula, mayor es la variabilidad e inestabilidad del material.

Figura 5

Gráfico Boxplot por Factor A (Tamaño de partículas)



Nota: la Figura muestra la distribución del coeficiente de variación según el tamaño de partículas. Fuente: Salazar, O. (2026).

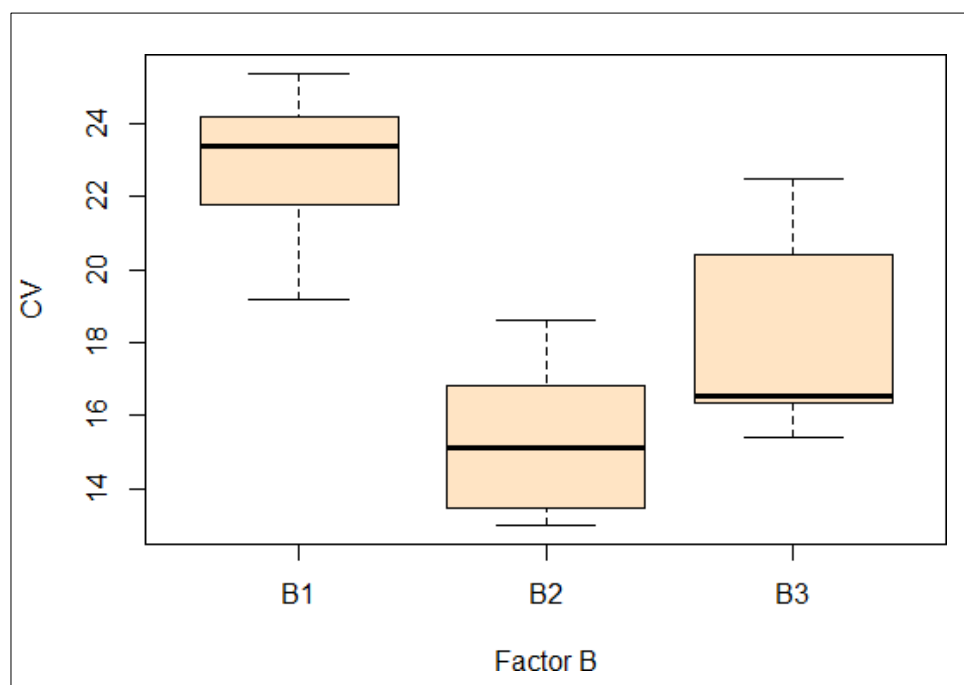
La figura 5 también sugiere que la suposición de homogeneidad de varianza podría estar siendo violada. Sin embargo, esta inestabilidad no proviene de las partículas gruesas, sino de la fracción intermedia (A2), la cual muestra una dispersión notablemente más amplia en su rango intercuartílico, indicando una varianza mayor en comparación con las partículas finas (A1) y gruesas (A3).

La figura 6 indica que el coeficiente de variación (CV) varía según el tiempo de mezclado. La mediana del CV es más alta para B1, que representa un tiempo de un minuto, mientras que B2, correspondiente a tres minutos, muestra la mediana más baja. Por otro lado, B3, que representa un tiempo de cinco minutos, exhibe una mediana del CV ubicada entre B1 y B2.

La dispersión de los datos parece ser más amplia para B1, lo que sugiere una mayor variabilidad en el CV para el tiempo de un minuto. Por otro lado, la dispersión es menor para B3 y aún más reducida para B2.

Figura 6

Gráfico Boxplot por Factor B (Tiempo de Mezclado)



Nota: la Figura muestra la distribución del coeficiente de variación según el tiempo de mezclado. Fuente: Salazar, O. (2026).

Estos hallazgos sugieren que el tiempo de mezclado influye en el CV. Aparentemente, un tiempo más corto de mezclado (B1) resulta en un CV más variable y más alto en comparación con tiempos de mezclado más largos (B2 y B3). El menor CV se observa en el punto intermedio de tres minutos (B2).

4.1.5 Análisis de Varianza (ANOVA)

Según Camacho (2021), el ANOVA se basa en la comparación de la variabilidad media que hay entre los grupos con la que hay dentro de los grupos. Recordando que la media y la varianza muestral verifican con la Ecuación (19):

$$var(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n}, \quad E(s^2) = \sigma^2, \quad (19)$$

Lo que nos permite dos estimaciones diferentes para σ^2 cuando disponemos de k muestras de una misma población, como se observa en la Ecuación (20).

$$\sigma^2 = \bar{S}^2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k S_i^2, \quad y \quad \hat{\sigma}^2 = nS^2 = \frac{n}{k-1} \sum_{i=1}^k (\bar{x} - \bar{x}_i)^2 \quad (20)$$

Las fórmulas que fundamentan un análisis de varianza son:

1. Suma de Cuadrados Total (SCT o SST):

$$SCT = \sum (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (21)$$

Donde:

- Y_i : es cada observación individual.
- $\bar{Y}$: es la media global de todas las observaciones.

2. Suma de Cuadrados de los tratamientos (SSTR o SSTR):

$$SSTR = \sum n_j (\bar{Y}_j - \bar{Y})^2 \quad (22)$$

Donde:

- n_j : es el número de observaciones en el grupo j.
- $\bar{Y}_j$: es la media del grupo j.
- $\bar{Y}$: es la media global de todas las observaciones.

3. Suma de Cuadrados del Error (SSE):

$$SSE = \sum \sum (Y_{ij} - \bar{Y}_j)^2 \quad (23)$$

Donde:

- Y_{ij} : es cada observación individual dentro del grupo j.
- $\bar{Y}_j$: es la media del grupo j.

4. Relación fundamental

$$SCT = SSTR + SSE \quad (24)$$

5. Grados de libertad (gl)

Donde:

(donde N es el número total de observaciones)

- $gl_{Tratamientos} = k - 1$ (donde k es el número de tratamientos).
- $gl_{Error} = N - k$

6. Cuadrados Medios (CM o MS)

- $CM_{Tratamientos} = SSTR / gl_{Tratamientos}$
- $CM_{Error} = SSE / gl_{Error}$

7. Estadístico F

- $F = CM_{Tratamientos}/CM_{Error}$

Estas fórmulas son fundamentales para calcular y comprender los componentes clave del análisis de varianza (ANOVA) y con ello interpretar los resultados obtenidos a partir de este análisis estadístico.

Tabla 20

Análisis de varianza de dos vías

Fuente de Variación	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	Valor F	Pr(>F)
Tamaño de Partícula	2	101,74	50,87	82,004	9,05e-10
Tiempo de Mezclado	2	276,72	138,36	223,047	1,99e-13
Interacción	4	11,92	2,98	4,804	0,00818
Residuales	18	11,17	0,62		

Nota: Resultados del análisis de varianza de dos vías. Fuente: Salazar, O. (2026).

El análisis de varianza (ANOVA) que muestra la tabla 20, confirma que tanto el tamaño de la partícula como el tiempo de mezclado son factores determinantes en la homogeneidad de la mezcla. Se observa una influencia altamente significativa del tamaño de partícula sobre el Coeficiente de Variación ($p < 0,001$), respaldada por un valor F elevado. Asimismo, el tiempo de agitación incide de manera crítica en los resultados ($p < 0,001$). Para fundamentar estos hallazgos Wu et al. (2024), señalan que estas variables son los parámetros físicos determinantes en la dinámica de las mezclas sólidas, es decir, el tamaño de partícula dicta la tendencia natural del material a la segregación, mientras que el tiempo de mezclado señala el equilibrio que logra la distribución uniforme y da como resultado un desmezclado por exceso de fricción.

Por otro lado, la interacción entre el tamaño de partícula y el tiempo de mezclado es estadísticamente significativa ($p = 0,00818$), destacando un impacto único en el coeficiente de variación cuando se combinan ambos factores. Además, la baja suma de cuadrados de los residuales implica que el modelo explica una cantidad significativa de la variabilidad en el CV. Menbari y Hashemnia (2020), mencionan que las fracciones con partículas de tamaños diferentes responden de manera diferente a la energía mecánica a lo largo del tiempo, además

la reducida suma de cuadrados de los residuales afirma que el diseño experimental es muy robusto por ende el modelo planteado explica la mayor parte de variabilidad observada.

4.2 Medias Marginales Estimadas (MME)

Según Zuta (2023), las medias marginales estimadas son valores ajustados que representan la media esperada de la variable respuesta para cada combinación de niveles de los factores experimentales, controlando estadísticamente los efectos de los demás factores del modelo. Las MME se calculan a partir del modelo lineal ajustado, lo que permite obtener comparaciones más precisas y equilibradas, especialmente cuando en el diseño existen interacciones entre factores.

Tabla 21

Medias marginales estimadas para la interacción Tamaño × Tiempo

Tamaño de partícula	Tiempo de mezclado (min)	Media estimada (emmean)	Error estándar (SE)	gl	Límite inferior (95%)	Límite superior (95%)
Grueso	1	24,9	0,455	18	23,9	25,8
Medio	1	23,5	0,455	18	22,5	24,4
Fino	1	20,6	0,455	18	19,6	21,6
Grueso	3	17,7	0,455	18	16,8	18,7
Medio	3	14,9	0,455	18	13,9	15,8
Fino	3	13,2	0,455	18	12,2	14,2
Grueso	5	21,4	0,455	18	20,4	22,4
Medio	5	16,2	0,455	18	15,3	17,2
Fino	5	16,2	0,455	18	15,3	17,2

Nota: Resultados del análisis de medias marginales para la interacción tamaño x tiempo.

Fuente: Salazar, O. (2026).

Los resultados de las medias marginales estimadas mostrados en la tabla 21 confirman una interacción significativa entre el tamaño de partícula y el tiempo de mezclado sobre el coeficiente de variación (CV). Es decir, se observa que, en todos los tiempos, las partículas finas alcanzan los valores más bajos de CV, lo que indica una mayor homogeneidad en la mezcla, mientras que las partículas gruesas presentan los valores más altos. Al aumentar el tiempo de mezclado de 1 a 3 minutos, el CV disminuye drásticamente para todos los tamaños,

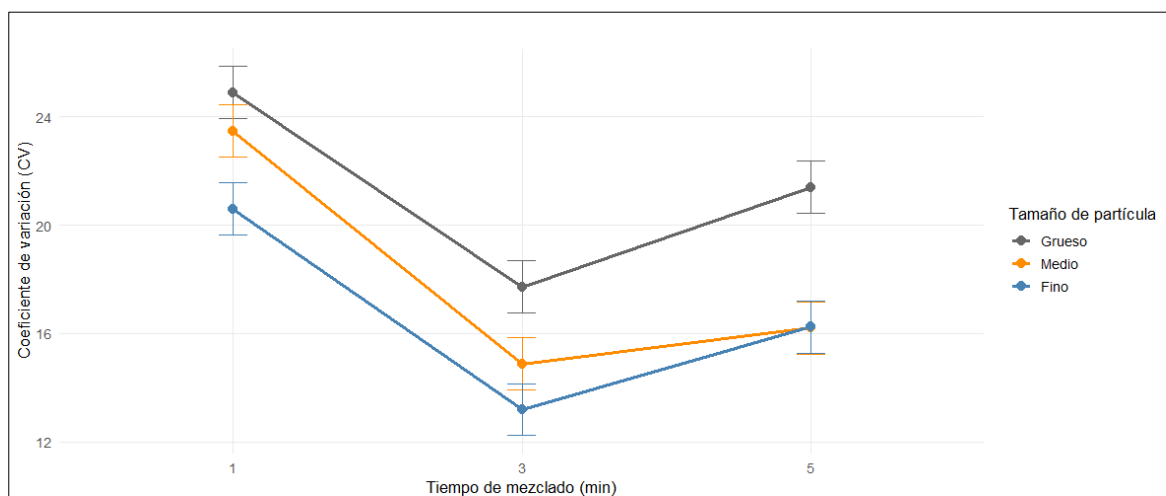
alcanzando su mínimo en torno a los 3 minutos, lo que sugiere que este es el tiempo óptimo para lograr una mezcla uniforme. Sin embargo, al prolongar el mezclado hasta los 5 minutos, el CV vuelve a incrementarse ligeramente, lo que podría asociarse con fenómenos de segregación por sobre mezclado.

Oliveira et al. (2021), mencionan que la eficiencia de una mezcla sólida es dependiente del equilibrio entre la granulometría y el tiempo de exposición de la energía cinética, además cuando existe una estabilidad en la mezcla con mayor rapidez en los espacios inter particulares nos referimos a partículas finas lo que justifica por sus bajos niveles de variabilidad.

Las medias marginales estimadas muestran una clara interacción entre el tamaño de partícula y el tiempo de mezclado como se observa en la figura 7, evidenciando que el efecto del tiempo sobre la homogeneidad depende del tamaño de las partículas. En general, el coeficiente de variación (CV) disminuye al pasar de 1 a 3 minutos, alcanzando su valor mínimo (mayor homogeneidad) en torno a los 3 minutos, y luego aumenta ligeramente a los 5 minutos, lo que sugiere la existencia de un punto óptimo de mezclado antes de que se produzca segregación Ebrahimi et al. (2021), mencionan que si aumenta la fricción continua, fuerza de cizalladura, tiempo de homogeneización induce a una segregación secundaria (sobre mezclado) provoca a las partículas a separarse nuevamente (partículas gruesas) lo que da como resultado la imprevisibilidad.

Figura 7

Gráfica de medias marginales estimadas (Tamaño, Tiempo)



Nota: Esta figura muestra el comportamiento del coeficiente de variación, en función del tamaño de partícula y el tiempo de mezclado. Fuente: Salazar, O. (2026).

Entre los tratamientos, las partículas finas presentan los CV más bajos en todos los tiempos, seguidas de las medianas y, finalmente, las gruesas, que exhiben la menor uniformidad. Por tanto, la combinación de partículas finas con un tiempo de mezclado de 3 minutos constituye el tratamiento más eficiente para lograr una mezcla homogénea según el modelo cuadrático con interacción y los resultados del análisis de varianza.

4.3 Identificación del tratamiento ganador

Tabla 22

Mejor tratamiento encontrado según las medias marginales estimadas

Tamaño de Partícula	Tiempo de Mezclado (min)	Media Estimada (CV)	Error Estándar (SE)	gl	Límite Inferior (95%)	Límite Superior (95%)
Fino	3	13,2	0,4547	18	12,24	14,16

Nota: Resultados del mejor tratamiento obtenido según las medias marginales. Fuente: Salazar, O. (2026).

El tratamiento correspondiente al tamaño de partícula fino y tiempo de mezclado de 3 minutos presentó el menor valor del coeficiente de variación ($CV = 13,2$), con un intervalo de confianza del 95% entre 12,24 y 14,16, lo que indica una mezcla más homogénea y estable en comparación con las demás combinaciones de factores. Este resultado sugiere que, para el sistema experimental, el uso de partículas finas favorece una mejor dispersión de los componentes en un tiempo intermedio de mezclado, evitando tanto la insuficiente mezcla (tiempos cortos) como la posible segregación por sobre mezclado (tiempos largos). Por lo tanto, el tratamiento A1B2 puede considerarse el óptimo, representando un equilibrio entre eficiencia de mezcla y homogeneidad del producto (Beltrán y Revelo, 2025; Rubio et al., 2023).

4.4 Modelo de regresión cuadrático con interacción

Según Cameron et al. (2020), los modelos de regresión cuadrática son una extensión de la regresión lineal que permiten describir relaciones no lineales entre una variable independiente y una variable de respuesta. Son apropiados cuando los datos muestran un comportamiento parabólico, ya sea en forma de U o de U invertida. Su estructura incorpora un término

cuadrático que permite modelar curvaturas en la relación (Ecuación 23), lo que los hace útiles en fenómenos físicos, procesos industriales o experimentos donde puede existir un punto óptimo.

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_1 x_j + \beta_2 x_j^2 + (\alpha\beta_1)_{ix_j} + (\alpha\beta_2)_{ix_j^2} + \varepsilon_{ijk} \quad (25)$$

Donde:

- Y_{ijk} = variable respuesta
- μ = media general
- α_i = efecto del tamaño de partícula (Factor A).
- $\beta_1 x_j$ = efecto lineal del tiempo de mezclado (Factor B).
- $\beta_2 x_j^2$ = efecto cuadrático del tiempo de mezclado.
- $(\alpha\beta_1)_{ix_j}$ = interacción entre el tamaño de partícula y el efecto lineal del tiempo.
- $(\alpha\beta_2)_{ix_j^2}$ = interacción entre el tamaño de partícula y el efecto cuadrático del tiempo.
- ε_{ijk} = error aleatorio independiente y normalmente distribuido.

Dado que el modelo incorpora tanto el efecto lineal como cuadrático del tiempo, captura de forma realista el patrón típico de los procesos de mezclado, una disminución inicial del CV a medida que avanza el mezclado, seguida de aumento leve si se supera el tiempo óptimo de mezclado. Este comportamiento curvilíneo es coherente con la física del proceso, en donde el sistema tiende hacia un punto de homogeneidad mínima antes de que la mezcla se sobre trabaje.

La inclusión de interacciones también permite que las curvas predictivas reflejen que cada granulometría se comporta de manera distinta ante el mismo tiempo de mezclado. Esto es crucial en el proceso de mezclado de sólidos, ya que el tamaño de las partículas afecta la movilidad, la aglomeración y la eficiencia de dispersión de los componentes.

El error estándar residual = 0,7876 (con 18 grados de libertad) revela que las desviaciones entre los valores observados y los predichos por el modelo son muy pequeñas, consistente con un ajuste preciso y estable.

Tabla 23*Análisis de varianza del modelo cuadrático con interacción*

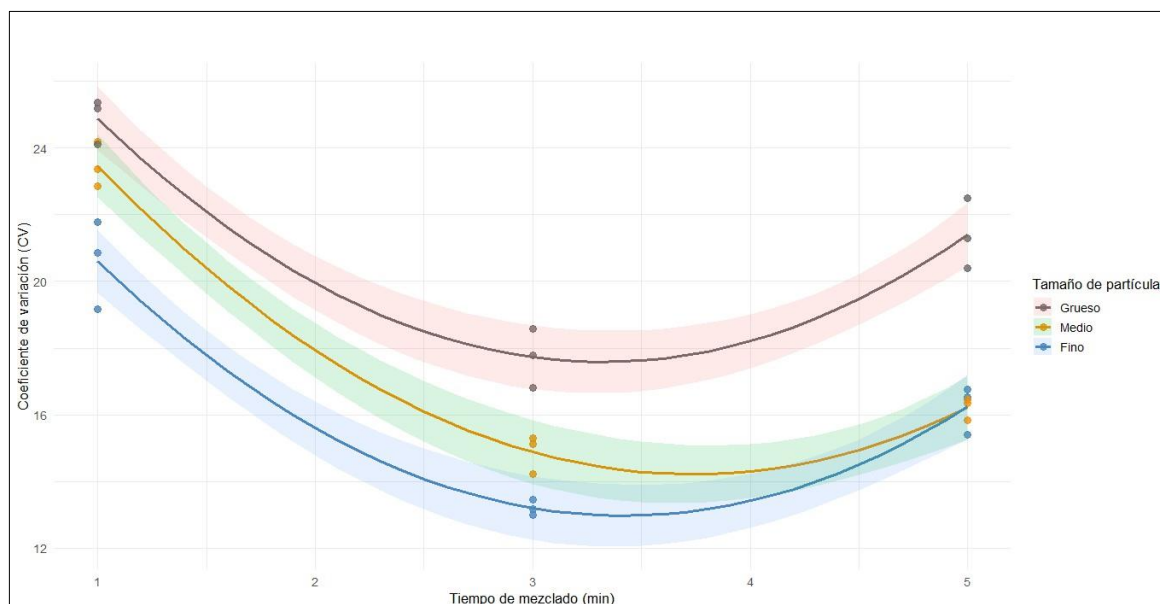
Fuente de Variación	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	Valor F	Pr(>F)
Tamaño	2	101,735	50,868	82,004	9,05e-10
Tiempo	1	114,408	114,408	184,437	6,718e-11
I(Tiempo ²)	1	162,309	162,309	261,658	3,623e-12
Tamaño:Tiempo	2	11,705	5,853	9,435	0,0016
Tamaño:I(Tiempo ²)	2	0,216	0,108	0,174	0,8418
Residuos	18	11,166	0,620		

Nota: Resultados del análisis de varianza del modelo cuadrático con interacción. Fuente: Salazar, O. (2026).

El análisis de varianza presentado en la tabla 23 muestra que los efectos principales del tamaño de partícula, el tiempo de mezclado y el término cuadrático del tiempo son altamente significativos ($p < 0,001$), lo que indica que cada uno de estos factores explica una proporción importante de la variabilidad del coeficiente de variación. Esto confirma nuevamente que tanto el tamaño de partículas como el tiempo de mezclado influyen de manera clara sobre la homogeneidad de la mezcla, asimismo, la interacción de estas variables resulta significativa ($p \approx 0,0016$), evidenciando que el patrón de cambio del coeficiente de variación respecto al tiempo depende del tamaño de partícula, es decir, cada granulometría responde de forma distinta al aumento del tiempo de mezclado. En contraste, la interacción del tamaño de las partículas por la cuadrática del tiempo no es significativa ($p \approx 0,84$), lo que sugiere que la curvatura de la respuesta no cambia sustancialmente entre tamaños, todas las curvas comparten una forma parabólica similar, aunque estén desplazadas verticalmente (Ruz et al., 2020).

Figura 8

Gráfico de curvas del modelo cuadrático con interacciones



Nota: La figura muestra las curvas obtenidas del modelo cuadrático con interacciones.

Fuente: Salazar, O. (2026).

La figura 8 muestra cómo la homogeneidad de la mezcla varía simultáneamente con el tiempo de mezclado y el tamaño de partícula, y confirma que la relación entre estas dos variables no es lineal. En los tres tamaños de partículas se observa una curva en “U” invertida, con un descenso pronunciado del coeficiente de variación desde 1 hasta aproximadamente 3 minutos, lo que indica una mejora progresiva en la homogeneidad a medida que avanza el mezclado, sin embargo, después de ese punto la curva asciende nuevamente, sugiriendo sobre mezcla, proceso en el que la mezcla comienza a perder uniformidad si se excede el tiempo óptimo. Matuszek (2021), mencionan que las diferencias entre las curvas muestran la interacción significativa entre los factores, las partículas finas alcanzan el menor coeficiente de variación global y presentan el descenso más marcado, confirmando que son más eficientes para lograr homogeneidad, las partículas gruesas muestran los coeficientes de variación más altos en todos los tiempos, reflejando mayor dificultad para mezclarse. En conjunto, el gráfico evidencia que el tiempo óptimo de mezclado se sitúa alrededor de los 3 minutos, especialmente para partículas finas, donde se obtiene el menor coeficiente de variación, resultado que coincide con las medias marginales estimadas y con el análisis de ANOVA.

4.4.1 Diagnóstico de supuestos modelo cuadrático

4.4.1.1 Test de normalidad de Shaphiro-Wilk

Método Analítico

H_0 : Los residuos del modelo cuadrático se distribuyen de manera normal.

H_a : Los residuos del modelo cuadrático no se distribuyen de manera normal.

Tabla 24

Valor de p para el test de Shapiro-Wilk

Estadístico	Valor
p-valor	0,9733
Nivel de significancia (α)	0,05

Nota: Resultados del valor de p calculado. Fuente: Salazar, O. (2026).

El valor p obtenido en la prueba de Shapiro–Wilk (tabla 24) es muy superior al nivel de significancia. Por lo tanto, no se rechaza la hipótesis nula, lo que indica que no existe evidencia estadística para afirmar que los residuos del modelo cuadrático con interacción se desvían de la normalidad. Este resultado confirma que el supuesto de normalidad se cumple adecuadamente, lo cual respalda la validez del modelo para realizar inferencias y predicciones confiables.

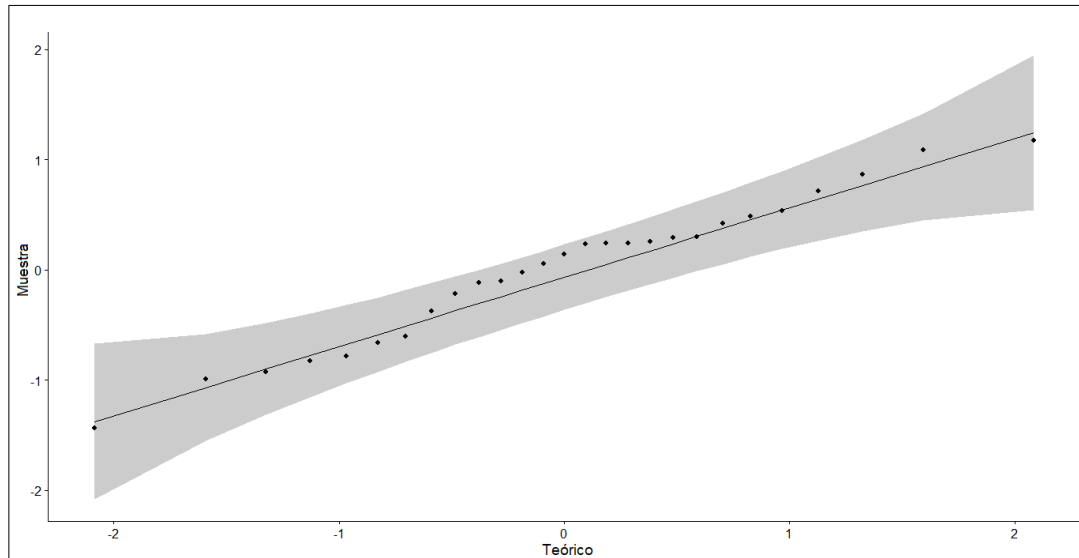
Método Gráfico

La figura 9 permite evaluar visualmente la normalidad de los residuos del modelo cuadrático y evidencia un adecuado cumplimiento de este supuesto. Los puntos se alinean de manera cercana a la línea diagonal, sin mostrar curvaturas, asimetrías ni patrones sistemáticos que sugieran desviaciones respecto a la normalidad. Aunque existe una ligera dispersión en los extremos, esta es esperable debido al número de muestras y no implica una violación significativa del supuesto, no se observan valores atípicos, ya que todos los puntos se encuentran dentro de la banda de confianza (Mbuya et al., 2017)

El gráfico respalda que los residuos se distribuyen de manera normal y que el modelo es válido para realizar inferencias y predicciones confiables.

Figura 9

Gráfico para evaluación de normalidad de residuos.



Nota. Evaluación gráfica de la normalidad de los residuos del modelo. Fuente: Salazar, O. (2026).

4.4.1.2 Test de homogeneidad de varianzas de Levene

Método Analítico

H_0 : Las varianzas de los residuos del modelo presentan homogeneidad.

H_a : Las varianzas de los residuos del modelo no presentan homogeneidad.

Tabla 25

Valor de p para el test de homogeneidad de varianzas de Levene

Estadístico	Valor
p-valor	0,6856
Nivel de significancia (α)	0,05

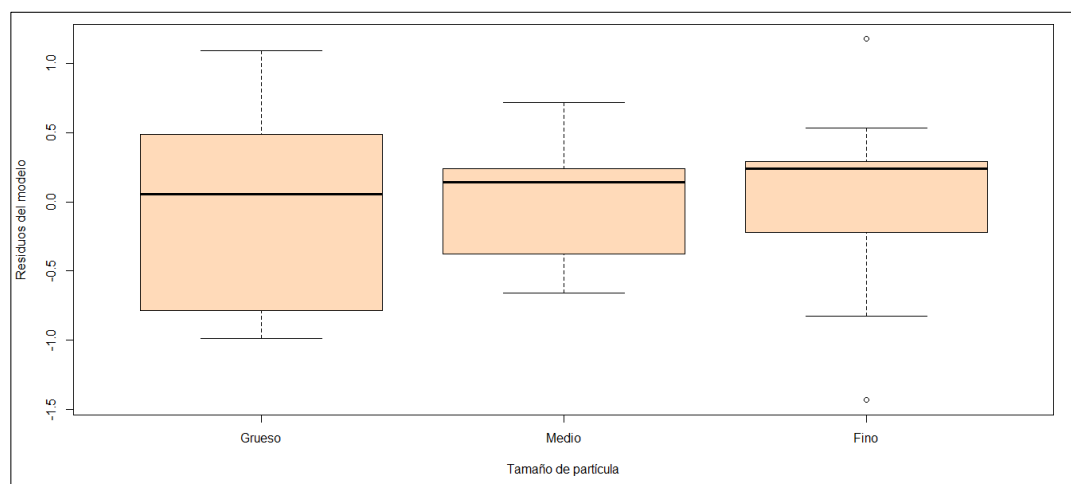
Nota: Resultados del valor de p calculado. Fuente: Salazar, O. (2026).

Como se observa en la tabla 25, con un valor de p superior al nivel de significancia $\alpha = 0,05$, no existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula de homogeneidad de varianzas. Esto indica que los residuos del modelo cuadrático presentan varianzas constantes entre los grupos definidos por los factores del estudio, cumpliéndose así el supuesto de homocedasticidad. Quispe (2018), menciona en su investigación que estos resultados garantizan que las inferencias realizadas a partir del modelo son válidas y no están afectadas por problemas de variabilidad desigual entre tratamientos, reforzando la idoneidad del modelo para describir y predecir la homogeneidad de las mezclas.

Método Gráfico

Figura 10

Gráfico de residuos del Factor A.



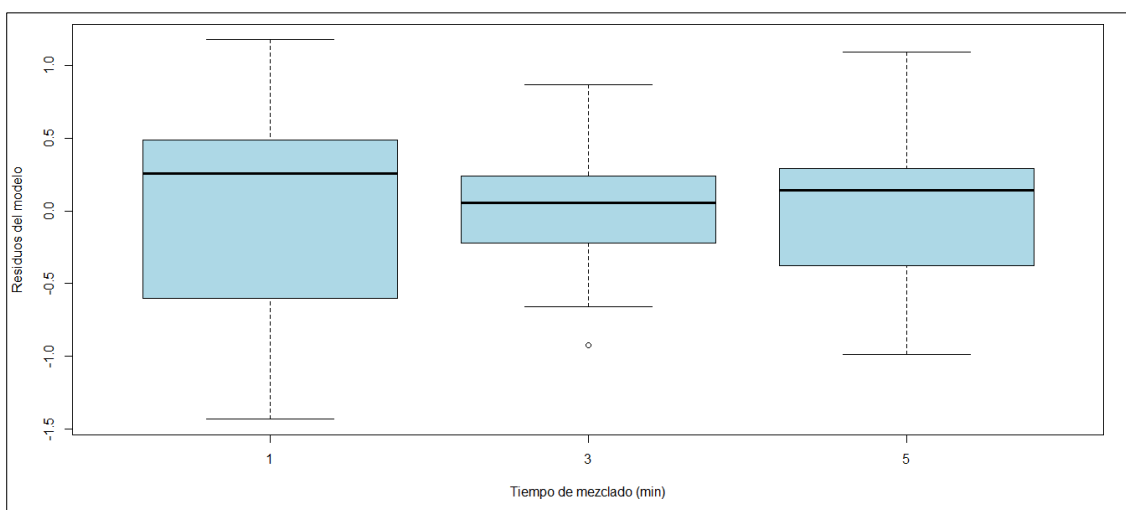
Nota. El gráfico presenta la distribución de los residuos del modelo cuadrático con interacción para el tamaño de partícula. Fuente: Salazar, O. (2026).

La figura 10 muestra una distribución de los residuos relativamente equilibrada entre los tres niveles (grueso, medio y fino), lo cual es un indicador favorable para el cumplimiento del supuesto de homogeneidad de varianzas en el modelo. En los tres tamaños de partícula, la amplitud intercuartílica es similar y las medianas se mantienen cercanas a cero, lo que confirma que el modelo no presenta sesgos sistemáticos asociados a un nivel específico del factor. Este comportamiento es fundamental ya que, como menciona Ortega et al. (2022), la estabilidad en la variabilidad de los residuos permite garantizar las estimaciones del modelo sean estadísticamente válidas e insesgadas. Finalmente, aunque el nivel fino presenta algunos

valores atípicos, estos se encuentran dentro de un rango manejable y no comprometen la estructura general de los residuos.

Figura 11

Gráfico de residuos del Factor B.



Nota. El gráfico presenta la distribución de los residuos del modelo cuadrático con interacción para el tiempo de mezclado. Fuente: Salazar, O. (2026).

La figura 11 exhibe una distribución equilibrada de las varianzas en los tres niveles evaluados (1, 3 y 5 minutos), un hallazgo que ratifica el cumplimiento del supuesto de homocedasticidad en el modelo cuadrático con interacción. Al observar que la dispersión de los residuos es similar y las medianas convergen cerca de cero, se confirma la ausencia de sesgos sistemáticos vinculados a un tiempo de mezclado particular. Si bien se identifica un valor atípico a los 3 minutos, su carácter aislado no distorsiona la estructura general ni sugiere una variabilidad diferenciada. Este comportamiento homogéneo es fundamental, pues denota que las varianzas permanecen constantes ante los cambios en los factores, asegurando que el modelo posea la estabilidad necesaria para fines predictivos dentro del diseño experimental (Vargas-González, 1998).

Boente (2025), mencionan que el análisis de residuos permite identificar y verificar la adecuación del modelo, si existe una distribución de forma aleatoria y una varianza constante de los errores permite garantizar el modelo de captura correctamente la estructura de todos los datos sin omisión. Por ende, los 3 minutos es considerado un tiempo idóneo para no comprometer la integridad del diseño.

4.4.2 Pruebas Post Hoc

Tabla 26

Medias marginales estimadas para el coeficiente de variación (CV) a 3 minutos de mezclado

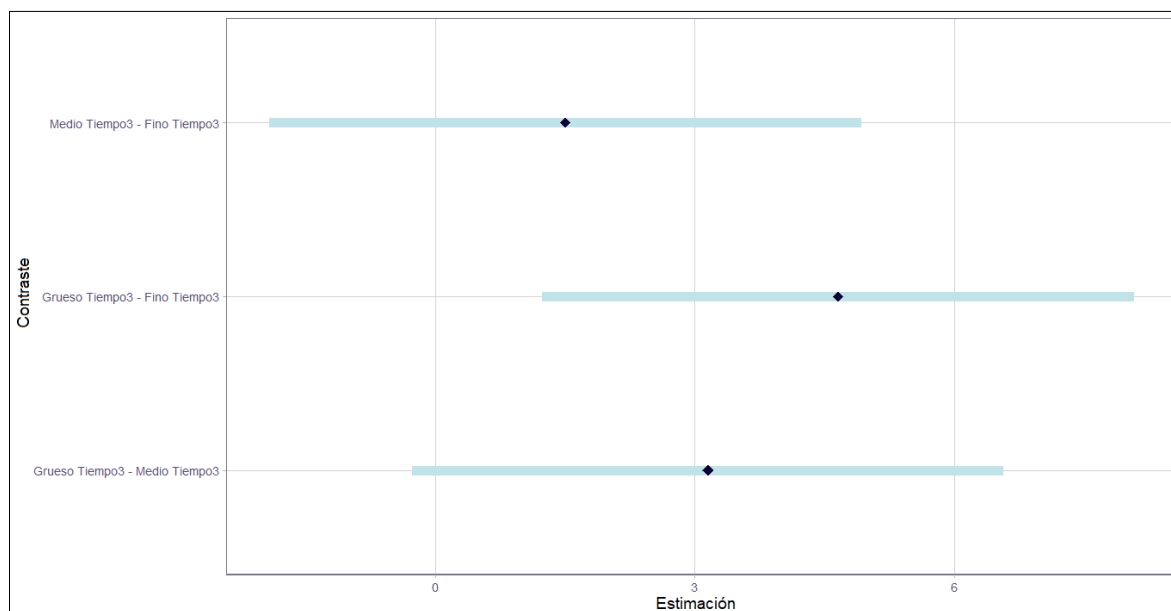
Tamaño de partícula	Tiempo (min)	Media estimada	Error estándar	g1	Límite inferior (95%)	Límite superior (95%)
Grueso	3	21,3	0,959	21	19,3	23,3
Medio	3	18,2	0,959	21	16,2	20,2
Fino	3	16,7	0,959	21	14,7	18,7

Nota: Resultados obtenidos de las medias marginales estimadas del (CV) para los niveles del tamaño de partícula a los 3 minutos de mezclado. Fuente: Salazar, O. (2026).

Las medias marginales estimadas muestran que, a un tiempo de mezclado de 3 minutos, el coeficiente de variación (CV) difiere de manera consistente entre los tamaños de partícula (Tauber et al., 2023). El tamaño grueso presenta el CV más alto (21,3), seguido por medio (18,2), mientras que el tamaño fino alcanza el valor más bajo (16,7). Esto indica que, manteniendo constante el tiempo de mezclado, las partículas finas generan mezclas más homogéneas, lo cual coincide con los principios tecnológicos del mezclado, donde partículas más pequeñas tienden a distribuirse de manera más uniforme. Los intervalos de confianza estrechos (± 2 unidades aproximadamente) evidencian buena precisión en las estimaciones.

Figura 12

Contrastes post hoc entre los tratamientos al tiempo de mezclado de 3 minutos.



Nota. La figura muestra los contrastes post hoc entre los tratamientos evaluados a los 3 minutos de mezclado para identificar diferencias significativas en el coeficiente de variación (CV). Fuente: Salazar, O. (2026).

En primer lugar, se observa que el contraste grueso - fino presenta la mayor diferencia positiva, lo que indica que el tamaño grueso produce un coeficiente de variación significativamente mayor que el tamaño fino en este tiempo de mezclado. Además, este contraste muestra un intervalo de confianza que no incluye el cero, lo que confirma que la diferencia es estadísticamente significativa. El contraste grueso - medio, si bien también muestra una diferencia positiva, presenta un intervalo que se acerca más al cero, lo que sugiere que la evidencia de diferencia es menor y podría no ser estadísticamente significativa dependiendo del ajuste de comparaciones múltiples. Por su parte, el contraste medio - fino exhibe la menor diferencia y su intervalo de confianza incluye claramente el cero, lo que indica que entre estos dos tamaños no existe una diferencia significativa en el coeficiente de variación.

Tabla 27

Comparaciones post hoc (Tukey) para Tiempo = 3 minutos

Comparación	Estimado	Error estándar	gl	t-ratio	Valor p
Grueso (3 min) - Medio (3 min)	3,15	1,36	21	2,325	0,0741
Grueso (3 min) - Fino (3 min)	4,66	1,36	21	3,436	0,0067
Medio (3 min) - Fino (3 min)	1,51	1,36	21	1,111	0,5178

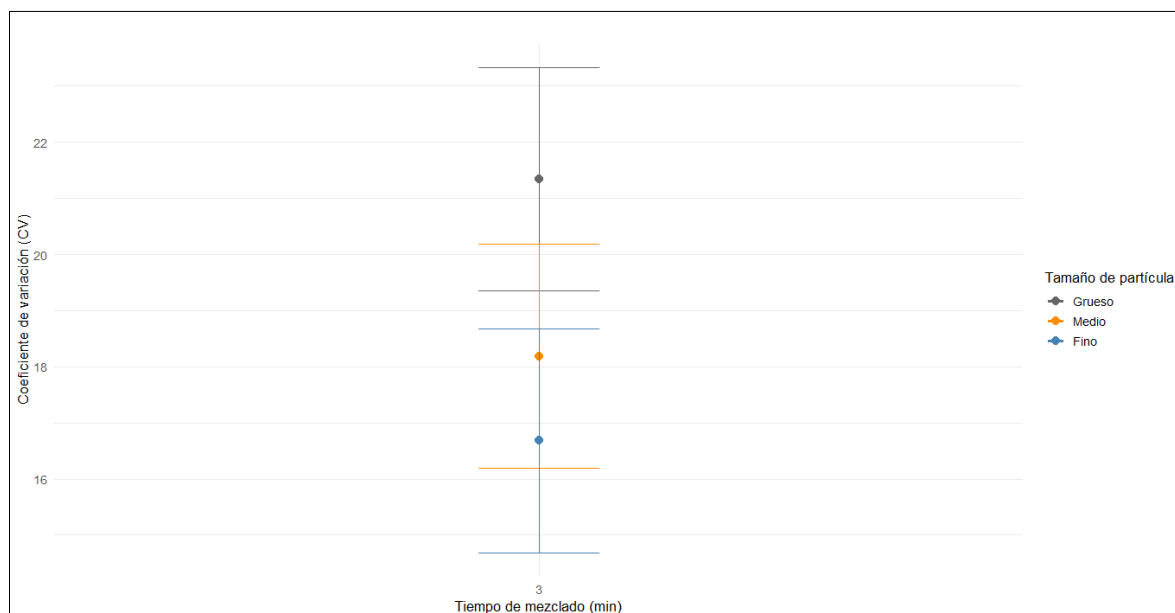
Nota: Resultados de las comparaciones múltiples de Tukey para los tratamientos a los 3 minutos de mezclado. Fuente: Salazar, O. (2026).

Los resultados del análisis post hoc (tabla 27) muestran que, a los tres minutos de mezclado, existen diferencias relevantes entre los niveles del factor tamaño de partícula. En particular, la diferencia entre grueso y fino es estadísticamente significativa ($p = 0,0067$), indicando que las mezclas con partículas gruesas presentan un coeficiente de variación significativamente mayor que aquellas con partículas finas bajo el mismo tiempo de mezcla. La comparación entre grueso y medio muestra una diferencia moderada ($p = 0,0741$), cercana al umbral de significancia, lo que sugiere que podría existir una diferencia real, pero no es concluyente con el nivel de evidencia disponible. Por otro lado, la comparación entre medio y fino ($p = 0,5178$) no muestra diferencias significativas, lo que sugiere comportamientos similares entre ambos tamaños de partícula en este tiempo de mezclado.

La figura 13 muestra las medias marginales estimadas (EMMs) del coeficiente de variación (CV) a un tiempo fijo de 3 minutos de mezclado, junto con sus respectivos intervalos de confianza al 95%, permitiendo comparar directamente el desempeño de cada tamaño de partícula en términos de homogeneidad de la mezcla. Se observa claramente que el tamaño grueso presenta el valor de CV más alto, indicando menor uniformidad, mientras que el tamaño medio muestra un valor intermedio, y el tamaño fino alcanza el CV más bajo, reflejando una mezcla significativamente más homogénea bajo las mismas condiciones temporales. Los intervalos de confianza, aunque relativamente estrechos, muestran un leve solapamiento entre los tamaños medio y fino, pero evidencian una separación clara respecto al tamaño grueso, lo que refuerza la diferencia entre tratamientos.

Figura 13

Medias marginales estimadas del coeficiente de variación a un tiempo de 3 minutos.



Nota: Medias marginales estimadas del coeficiente de variación a los 3 minutos de mezclado.

Fuente: Salazar, O. (2026).

4.4.3 Bondad de Ajuste del Modelo

La bondad de ajuste del modelo cuadrático con interacción indica que este es altamente adecuado para generar curvas predictivas del coeficiente de variación (CV) en función del tamaño de partícula y el tiempo de mezclado. El modelo presenta un $R^2 = 0,9722$, lo que significa que explica el 97,22 % de la variabilidad total del CV, y un R^2 ajustado = 0,9598, que confirma la solidez del ajuste incluso al penalizar la complejidad del modelo. Estos valores tan elevados muestran que la relación entre las variables está siendo modelada de manera precisa, minimizando la incertidumbre y evitando el sobreajuste, garantizando una capacidad predictiva confiable.

4.4.4 Análisis de residuos

El análisis de residuos es fundamental para evaluar la validez y confiabilidad de un modelo estadístico (Gutiérrez et al., 2023). A través de la comparación entre los valores observados y los valores predichos, los residuos permiten verificar si se cumplen los supuestos esenciales

del modelo, como normalidad, homocedasticidad e independencia. Además, analizar los residuos ayuda a detectar posibles desviaciones, valores atípicos o patrones no explicados por el modelo, garantizando así que las predicciones obtenidas sean precisas y que el ajuste del modelo sea adecuado para representar el comportamiento real de los datos.

Tabla 28

Estadísticos de los residuos del modelo vs los residuos calculados

Estadística	Residuo del modelo	Residuo calculado	Diferencia de residuos
Min	-1,4333	-1,4333	0
Q1	-0,4900	-0,4900	0
Mediana	0,1433	0,1433	0
Media	0,0000	0,0000	0
Q3	0,3583	0,3583	0
Max	1,1767	1,1767	0
SD	0,6553	0,6553	0

Nota: Comparación de los estadísticos descriptivos de los residuos del modelo y los residuos calculados. Fuente: Salazar, O. (2026).

La tabla presenta un resumen estadístico comparativo entre los residuos obtenidos directamente del modelo de regresión y los residuos calculados manualmente mediante la diferencia entre los valores observados y las predicciones del modelo. El resultado más relevante es que ambos conjuntos de residuos son exactamente iguales en todos los indicadores (mínimo, cuartiles, mediana, media, máximo y desviación estándar), además de que la diferencia entre residuos es cero en todas las medidas. Esto confirma que la fórmula utilizada para calcular manualmente los residuos coincide correctamente con el procedimiento interno que utiliza el modelo ajustado en R, lo cual evidencia coherencia metodológica y ausencia de errores en el procesamiento de datos. Al comparar con los resultados obtenidos en la investigación de Mostafaei et al. (2023), la simetría entre los dos métodos de cálculo refuerza que el ajuste del modelo es estable y que no existen discrepancias computacionales que pudieran afectar la interpretación estadística. Además, los valores observados, con un rango moderado y una media cercana a cero, indican un comportamiento residual apropiado para un modelo lineal, apoyando la validez del análisis posterior y la confiabilidad del modelo predictivo utilizado en la investigación.

Tabla 29

Comparaciones de residuos del modelo vs los residuos calculados.

Ta	t	R	CV	T	PM	PC	RM	RC	DR
Fino	1	1	21,78	Fino-1	20,603	20,603	1,177	1,1767	4,26e-14
Fino	1	2	20,86	Fino-1	20,603	20,603	0,257	0,256	0,0000
Fino	1	3	19,17	Fino-1	20,603	20,603	-1,433	-1,433	1,42e-14
Fino	3	1	12,98	Fino-3	13,000	13,000	-0,220	-0,220	-2,84e-14
Fino	3	2	13,18	Fino-3	13,000	13,000	-0,020	-0,020	8,88e-15
Fino	3	3	13,44	Fino-3	13,000	13,000	0,240	0,240	0,0000
Fino	5	1	15,41	Fino-5	16,236	16,236	-0,826	-0,826	-7,11e-15
Fino	5	2	16,77	Fino-5	16,236	16,236	0,533	0,533	-3,55e-15
Fino	5	3	16,53	Fino-5	16,236	16,236	0,293	0,293	-7,11e-15
Medio	1	1	23,36	Medio-1	23,473	23,473	-0,113	-0,113	1,07e-14
Medio	1	2	24,19	Medio-1	23,473	23,473	0,716	0,716	1,07e-14
Medio	1	3	22,87	Medio-1	23,473	23,473	-0,603	-0,603	1,07e-14

Nota: Las letras utilizadas representan los siguientes datos. Ta: Tamaño, t: tiempo, R: Réplica, CV: Coeficiente de variación, T: Tratamiento, PM: Predicción del modelo, PC: Predicción calculada, RM: Residuo del modelo, RC: Residuo calculado y DR: Diferencia entre residuos. Fuente: Salazar, O. (2026).

La comparación entre las predicciones generadas por el modelo y las obtenidas mediante cálculo manual evidenció una coincidencia prácticamente exacta, así como residuos equivalentes en todos los tratamientos, presentando únicamente diferencias del orden de 10^{-14} atribuibles al redondeo numérico propio del sistema computacional. Esta concordancia confirma la correcta formulación matemática del modelo y constituye una verificación adicional del procedimiento computacional implementado en R Studio. No obstante, la validación estadística del modelo respecto a los supuestos de normalidad y homogeneidad de varianzas se realizó previamente mediante la prueba de Shapiro-Wilk y el test de Levene, respectivamente, complementándose con el análisis gráfico de los residuos, lo que respalda la adecuación del ajuste y la consistencia interna del modelo.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

- El análisis de la interacción entre el tamaño de partícula y el tiempo de mezclado permitió establecer una relación estadística entre ambas variables para estimar la homogeneidad de las mezclas sólidas. Mediante la aplicación de un diseño experimental factorial y el ajuste de un modelo cuadrático con interacción, se desarrolló un simulador en Shiny capaz de predecir el coeficiente de variación en función de la granulometría y del tiempo de mezclado, constituyéndose en una herramienta útil para la optimización y la toma de decisiones en procesos de mezclado.
- La determinación del coeficiente de variación para cada tratamiento del Diseño Experimental evidenció diferencias marcadas entre los niveles de tamaño de partícula y tiempo de mezclado. Las mezclas elaboradas con partículas finas alcanzaron menores valores de coeficientes de variación, indicadores de una mayor homogeneidad en las mezclas, especialmente a tiempos cortos, mientras que las partículas gruesas mantuvieron valores de variabilidad más altos, confirmando su menor capacidad de dispersión.
- La implementación del Diseño Factorial 3×3 con tres réplicas permitió identificar de manera rigurosa tanto los efectos principales como las interacciones entre el tamaño de partícula y el tiempo de mezclado. El análisis de varianza demostró que ambos factores influyen significativamente en la homogeneidad de la mezcla, y que su interacción también es relevante. Esto indica que el efecto del tiempo de mezclado no es constante, sino que depende de la granulometría utilizada, lo que justifica un enfoque estadístico más complejo que contemple relaciones no lineales.
- El ajuste del modelo de Regresión Cuadrática con interacción permitió representar adecuadamente la relación entre el tiempo, el tamaño de partícula y el coeficiente de variación. El modelo presentó un buen nivel de ajuste y cumplió con los supuestos de normalidad, independencia y homocedasticidad de los residuos, garantizando su validez para fines predictivos. Las curvas generadas a partir del modelo proporcionan una herramienta analítica útil para predecir la homogeneidad en función de las condiciones operativa, facilitando la toma de decisiones en procesos de mezclado y contribuyendo a la mejora de la eficiencia productiva.

Recomendaciones

Dado que los resultados evidencian que las partículas finas presentan los valores más bajos de coeficiente de variación, se recomienda emplearlas cuando se requiera una mezcla altamente homogénea. No obstante, se debe considerar que partículas demasiado finas pueden generar dificultades operativas, por lo que debe buscarse un balance entre eficiencia de mezclado y viabilidad del proceso.

Para enriquecer la capacidad predictiva futura, se sugiere incluir variables como velocidad de rotación, humedad del material, proporción de mezcla y tipo de equipo. Esto permitiría construir modelos más robustos y extrapolables a diferentes escenarios industriales.

Al trasladar los resultados del laboratorio a plantas piloto o plantas industriales, se recomienda evaluar nuevamente la dinámica de mezcla, ya que el comportamiento del mezclado puede variar con el volumen o la geometría del equipo.

REFERENCIAS

- Agudo-Canalejo, J., y Golestanian, R. (2019). Active Phase Separation in Mixtures of Chemically Interacting Particles. *Physical Review Letters*, 123(1), 018101. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.123.018101>
- Beltrán, C., y Revelo, G. (2025). Producción de cuyes: Diseño experimental basado en segmentación de datos: Guinea pig production: Experimental design based on data segmentation. *Multidisciplinary Latin American Journal (MLAJ)*, 3(2), 209–235. <https://doi.org/10.62131/MLAJ-V3-N2-014>
- Boente, G. (2025). *Estimadores robustos en modelos de regresión funcional cuadrática*. 21(42). <https://arxiv.org/pdf/1908.08760.pdf>
- Bonilla, S., Arévalo, N., Tapia, T., y Rogel, V. (2026). Análisis comparativo de la distribución granulométrica de granos molidos en molino de bolas y molino de martillos. *Ingeniería Química y Desarrollo*, 8(01), 102–116. <https://doi.org/10.53591/IQD.V8I01.2933>
- Camacho, C. (2021). *ANALISIS DE LA VARIANZA PARA MEDIDAS REPETIDAS*. <https://personal.us.es/vararey/anova-repetidas.pdf>
- Cameron, M., Morisco, D., Hofstetter, D., Uman, E., Wilkinson, J., Kennedy, Z., Fontenot, S., Lee, W., Hendon, C., y Foster, J. (2020). Systematically Improving Espresso: Insights from Mathematical Modeling and Experiment. *Matter*, 2(3), 631–648. <https://doi.org/10.1016/j.matt.2019.12.019>
- Carleos, C., y Corral, N. (2023). *ANOVA: Análisis de varianza*. 1. <https://bellman.ciencias.uniovi.es/~carleos/grado/inferencia/ce/12-anova/tmp/anova-woven-exported.pdf>
- Constitución de la República del Ecuador. (2008). *Constitución De la República del Ecuador*. https://www.oas.org/juridico/pdfs/mesicic4_ecu_const.pdf
- COPCI. (2011). *LEY ORGANICA DE PARTICIPACION CIUDADANA*. https://www.oas.org/juridico/pdfs/mesicic4_ecu_org6.pdf
- Cordero-Hernández, L., Valdés-Hernández, P. A., Paneque-Rondón, P., y Fernández-Gómez, T. (2020). Mezclado de productos en la fabricación de piensos y conglomerados. *Ingeniería Agrícola*, 10(4), 59.
- Del Vecchio, R. P., Thibodeaux, J. K., Randel, R. D., y Hansel, W. (1994). Interactions between large and small bovine luteal cells in a sequential perifusion co-culture system. *Journal of Animal Science*, 72(4), 963–968. <https://doi.org/10.2527/1994.724963X>
- Ebrahimi, M., Yaraghi, A., Jadidi, B., Ein-Mozaffari, F., y Lohi, A. (2021). Assessment of bi-disperse solid particles mixing in a horizontal paddle mixer through experiments and

- DEM. *Powder Technology*, 381, 129–140.
<https://doi.org/10.1016/J.POWTEC.2020.11.041>
- Espinal, R., Acosta, A., Acosta, A., y Zavala, H. (2023). *Optimización del tiempo de mezcla de alimentos balanceados a través del método de Microtracers ® validado mediante prueba de dilución usando fósforo*. <https://bdigital.zamorano.edu/handle/11036/7771>
- FAO. (2014). BUENAS PRÁCTICAS PARA LA INDUSTRIA DE PIENSOS. *Manual FAO de Producción y Sanidad Animal.*, 9. <https://www.fao.org/4/i1379s/i1379s.pdf>
- Finlay, W. H., y Darquenne, C. (2020). Particle Size Distributions. *Journal of Aerosol Medicine and Pulmonary Drug Delivery*, 33(4), 178–180.
<https://doi.org/10.1089/JAMP.2020.29028>. WHF;WEBSITE:WEBSITE:SAGE;WGRO
 UP:STRING:PUBLICATION
- Galarza, C. (2021). Editorial: Diseños de investigación experimental. *CienciAmérica: Revista de Divulgación Científica de La Universidad Tecnológica Indoamérica*, ISSN-e 1390-9592, Vol. 10, Nº. 1, 2021 (Ejemplar Dedicado a: CienciAmérica (Enero-Junio 2021)), Págs. 1-7, 10(1), 1–7. <https://doi.org/10.33210/ca.v10i1.356>
- Gallo, M., y Sanchez, A. (2024). Efecto del incremento del alimento en la última etapa de gestación sobre el peso del lechón al nacimiento. In *FAO AGRIS*.
<https://agris.fao.org/search/en/providers/124698/records/6942df4033b548daaa3821e9>
- Gutiérrez, J., Chica, E., y Pérez, J. F. (2023). Análisis de varianza y coeficiente de variación como criterios de repetibilidad de una estufa de cocción basada en gasificación de pellets. *Revista UIS Ingenierías*, 22(3), 115–134. <https://doi.org/10.18273/REVUIN.V22N3-2023009>
- Hernández, P. (2023). Análisis bidimensional de una biorrefinería avanzada para la revalorización de residuos agroalimentarios de la ZMG a través de un esquema Design For Six Sigma (DFSS). In *ITESO* (Vol. 1). ITESO. <https://hdl.handle.net/11117/10860>
- INEN 1829. (2014). *Requisitos para Alimentos Balanceados Aves*.
<https://es.scribd.com/document/426618183/n-te-inen-1829-1r>
- ISO 22000. (2018). *ISO 22000:2018 – Sistemas de Gestión de la Seguridad Alimentaria – Servicio Ecuatoriano de Normalización INEN*.
<https://www.normalizacion.gob.ec/conoce-la-norma-iso-220002018-sistemas-de-gestion-de-la-seguridad-alimentaria/>
- Khan, M. (2025). The Mixing of Particulate Solids of Different Particle Size. *Bradford*.
<https://bradscholars.brad.ac.uk/handle/10454/20667>

- Lan, Y., Xu, M., Ohm, J. B., Chen, B., y Rao, J. (2019). Solid dispersion-based spray-drying improves solubility and mitigates beany flavour of pea protein isolate. *Food Chemistry*, 278, 665–673. <https://doi.org/10.1016/J.FOODCHEM.2018.11.074>
- Liu, X., Xue, X., Li, H., Jin, K., Zhang, L., y Zhou, H. (2023). Numerical simulation and mathematical models of ash deposition behavior considering particle properties and operating conditions. *Fuel Processing Technology*, 245, 107743. <https://doi.org/10.1016/J.FUPROC.2023.107743>
- López, J., Lizasoain, L., y Navarro, E. (2022). *Análisis de Datos y Medida en Educación*. https://www.researchgate.net/profile/Enrique-Navarro-Asencio/publication/371539648_Analisis_de_Datos_y_Medida_en_Educacion_Vol_II/links/648978379bc5e436682eb26b/Analisis-de-Datos-y-Medida-en-Educacion-Vol-II.pdf
- Martínez, R., Centurión, L. M., Martínez, R., y Centurión, L. M. (2024). Aplicación de pruebas estadísticas de distribución de datos y su utilidad en producción animal*. *Revista Lasallista de Investigación*, 21(1), 4–18. <https://doi.org/10.22507/RLI.V21N1A1>
- Matuszek, D. (2021). Homogeneity of the selected food mixes. *Zech Journal of Food Sciences*, 39. <https://doi.org/10.17221/225/2020-CJFS>
- Mbuya, B. I., Kime, M. B., y Tshimombo, A. M. D. (2017). Comparative Study of Approaches based on the Taguchi and ANOVA for Optimising the Leaching of Copper–Cobalt Flotation Tailings. *Chemical Engineering Communications*, 204(4), 512–521. <https://doi.org/10.1080/00986445.2017.1278588>
- Menbari, A., y Hashemnia, K. (2020). Studying the particle size ratio effect on granular mixing in a vertically vibrated bed of two particle types. *Particuology*, 53, 100–111. <https://doi.org/10.1016/J.PARTIC.2020.01.007>
- Mostafaei, F., Davies, C., Wong, M., Turki, R., Liu, P., Sarkar, A., Doshi, P., Khinast, J. G., y Jajcevic, D. (2023). Analysis of powder behaviour in bin blending processes at different scales using DEM. *Advanced Powder Technology*, 34(10), 104166. <https://doi.org/10.1016/J.APT.2023.104166>
- Nascimento, M., Nascimento, A., Dekkers, J., y Serão, N. (2019). Using quantile regression methodology to evaluate changes in the shape of growth curves in pigs selected for increased feed efficiency based on residual feed intake. *Animal*, 13(5), 1009–1019. <https://doi.org/10.1017/S1751731118002616>
- Oliveira, L., Santos, R., Dos, R., Santana, W., Carvalho, O., Santana, M., Wander, A., y Rodrigues, E. (2021). Impact of feeding on beef cattle finished in feedlot: average and marginal variables. *Custos*, 17. www.custoseagronegocioonline.com.br

- Ortega, J., Castro, C., y Valverde, A. (2022). *Diseños experimentales: Teoría y práctica para experimentos agropecuarios* (J. Ortega & A. Valverde, Eds.; 1st ed., Vol. 2). Grupo COMPAS. https://www.researchgate.net/profile/Julio-Gabriel/publication/363875088_Disenos_experimentales_Teoria_y_practica_para_experimentos_agropecuarios/links/69210ef3acf4cf6385371e45/Disenos-experimentales-Teoria-y-practica-para-experimentos-agropecuarios.pdf
- Ortiz Aguilar, W., Ortega Chávez, W., Valencia Cruzaty, L. E., Vásquez, Á. E., y Mendoza, S. (2021). La educación estadística del ingeniero: reto de la educación superior. *Revista Universidad y Sociedad*, 13(5), 307–318.
- Patil, V., Gupta, R., Duraisamy, R., y Kuntal, R. (2022). Nutrient requirement equations for Indian goat by multiple regression analysis and least cost ration formulation using a linear and non-linear stochastic model. *Journal of Animal Physiology and Animal Nutrition*, 106(5), 968–977. <https://doi.org/10.1111/JPN.13653>;REQUESTEDJOURNAL:JOURNAL:14390396;JOURNAL:JOURNAL:14390396B;WGROU:STRING:PUBLICATION
- Phillips, N., y Williams, R. (2021). Re-evaluating particle-size distributions in natural and experimental fault rocks. *Earth and Planetary Science Letters*, 553, 116635. <https://doi.org/10.1016/J.EPSL.2020.116635>
- Quintero, D., Toral, J., y Mendoza, C. (2024). Elaboración de una mezcladora de balanceado horizontal con capacidad de 40 kg en la Granja Experimental Mishilí de la ciudad de Santo Domingo. *Revista Social Fronteriza*, 4(4), e44379–e44379. [https://doi.org/10.59814/RESOFRO.2024.4\(4\)379](https://doi.org/10.59814/RESOFRO.2024.4(4)379)
- Quispe, S. (2018). *Influencia del tiempo y tamaño de partícula del maíz en la homogeneidad de alimentos balanceados para pollos en un mezclador de cintas* [Universidad Nacional del Centro del Perú]. <https://repositorio.uncp.edu.pe/server/api/core/bitstreams/230231de-3b08-415b-9b8e-3577bb163f08/content>
- Ramos-Galarza, C. (2021). Diseños de investigación experimental. *CienciAmérica*, 10(1), 1–7. <https://doi.org/10.33210/CA.V10I1.356>
- Rivas, L. (2017). *LEY ORGANICA DE SANIDAD AGROPECUARIA. I*. www.lexis.com.ec
- Rizza, M., Dharsono, E., Murdani, A., Monasari, R., Amrullah, R., Aji, S., y Khaerudin, D. (2024). El efecto del tiempo de mezcla y la velocidad de rotación en la consistencia de la viscosidad de la masa en una mezcla horizontal. *Journal of Mechanical Engineering*

- Science and Technology (JMEST)*, 8(2), 460–475.
<https://doi.org/10.17977/um016v8i22024p460>
- Rodríguez, J., Pérez, R., Vargas, E., y Jácome, J. (2024). Metodologías del Diseño Experimental en Procesos Industriales: Un análisis teórico. *Polo Del Conocimiento*, 9(7), 2758–2787. <https://doi.org/10.23857/pc.v9i7.7665>
- Roostaei, M., Hosseini, S., Soroush, M., Velayati, A., Alkoush, A., Mahmoudi, M., Ghalambor, A., y Fattahpour, V. (2020). Comparison of Various Particle-Size Distribution-Measurement Methods. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 23(04), 1159–1179. <https://doi.org/10.2118/199335-PA>
- Rubio, A., Conrad, S., Juzaitis-Boelter, C., Wishon, C. R., y Fahrenholz, A. C. (2023). The impact of marker selection, in-line near-infrared spectroscopy (NIR), and feed mix time on the coefficient of variation (mix uniformity), body weight uniformity and broiler growth performance during the starter, grower, and finisher periods. *Poultry Science*, 102(12), 103109. <https://doi.org/10.1016/J.PSJ.2023.103109>
- Ruz, F., Molina-Portillo, E., y Contreras, J. M. (2020). ACTITUDES HACIA LA ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA Y SU ENSEÑANZA EN FUTUROS PROFESORES. *Cadernos de Pesquisa*, 50(178), 964–980. <https://doi.org/10.1590/198053146821>
- Tauber, L., Vásquez, C., y Otiz, J. (2023). *Educación Estadística para la formación de ciudadanía crítica* (2023rd ed., Vol. 1). FHUC-UNL. <https://www.fhuc.unl.edu.ar/educacionestadistica/wp-content/uploads/sites/31/2021/08/Educacion-Estadistica-para-la-formacion-de-ciudadania-critica.pdf.pdf>
- Vargas-González, E. (1998). Problemas de mezclado y uniformidad en la industria de alimentos para animales. *Nutrición Animal Tropical*, 4(1), 63–78. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5166288>
- Veiga, N., Otero, L., y Torres, J. (2020). Reflexiones sobre el uso de la estadística inferencial en investigación didáctica. *InterCambios: Dilemas y Transiciones de La Educación Superior*, ISSN 2301-0118, ISSN-e 2301-0126, Vol. 7, Nº. 2, 2020 (Ejemplar Dedicado a: *InterCambios. Dilemas y Transiciones de La Educación Superior (Diciembre 2020)*), 7(2), 5. <https://doi.org/10.29156/INTER.7.2.10>
- Vidal, R. C., Detmann, E., Franco, M. de O., Quirino, D. F., Marcondes, M. I., Silva, A. L. da, Silva, L., y Rotta, P. P. (2025). A New Protocol for Homogeneity Testing in Feed Mill Concentrate Rations. *Animals*, 16(1), 46. <https://doi.org/10.3390/ANI16010046>

- Wegrzyn, T., Golding, M., y Archer, R. (2012). Food Layered Manufacture: A new process for constructing solid foods. *Trends in Food Science and Technology*, 27(2), 66–72. <https://doi.org/10.1016/J.TIFS.2012.04.006>
- Wu, W., Chen, K., y Tsotsas, E. (2024). Prediction of particle mixing in rotary drums by a DEM data-driven PSO-SVR model. *Powder Technology*, 434, 119365. <https://doi.org/10.1016/J.POWTEC.2024.119365>
- You, J., Tulpan, D., Malpass, M. C., y Ellis, J. L. (2022). Using machine learning regression models to predict the pellet quality of pelleted feeds. *Animal Feed Science and Technology*, 293, 115443. <https://doi.org/10.1016/J.ANIFEEDSCI.2022.115443>
- Zambrano, J. J., Zambrano, K., y Aguilar, S. (2025). Inclusión de harina de alfalfa (Medicago sativa) en pollos cobb 500 sobre la productividad, pigmentación y rentabilidad. In *FAO AGRIS* (Vol. 1). <https://agris.fao.org/search/en/providers/124692/records/6970b30a89a404a27ae09644>
- Zuta, P. (2023). *Aplicacion de un microtrazador de Hierro para determinar la homogeneidad de premezclas* [UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA LA MOLINA]. <https://hdl.handle.net/20.500.12996/5826>

ANEXOS

Anexo 1. Desarrollo experimental

	Microtrazadores azules
	Frasco tipo Mason
	Gotero ámbar con etanol



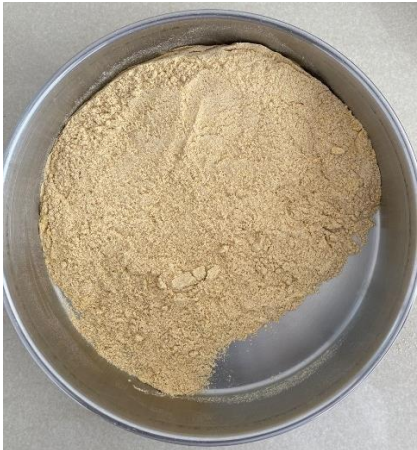
Papel filtro



Granulómetro AS 200



Proceso de separación de partículas mediante el uso de un granulómetro.

	Maíz de tamaño de partículas finas
	Maíz de tamaño de partículas medianas
	Maíz de tamaño de partículas gruesas

 Fino Medio Grueso	Comparación de tamaños de partículas de maíz
	Proceso de recuperación de microtrazadores mediante es uso de un frasco masón
	Papel filtro con microtrazadores recuperados

Anexo 2. Código R

```
#####-----#####
##### LIBRERIAS #####
#####-----#####
library(tidyverse)
library(ggplot2)
library(lawstat)
library(agricolae)
library(emmeans)
library(dplyr)
library(knitr)
library(flextable)
library(officer)
library(car)
library(ggpubr)
library(emmeans)
library(multcomp)

#####-----#####
##### GRAFICO CON CURVAS SUAVIZADAS #####
#####-----#####
# Data frame con los datos experimentales
datos <- data.frame(
  Tamano = rep(c("Fino", "Medio", "Grueso"), each = 9),
  Tiempo = rep(rep(c(1, 3, 5), each = 3), 3),
  Replica = rep(1:3, 9),
  CV = c(
    # Fino
    21.78, 20.86, 19.17,
    12.98, 13.18, 13.44,
    15.41, 16.77, 16.53,
    # Medio
    23.36, 24.19, 22.87,
    15.30, 15.12, 14.22,
    16.44, 15.83, 16.35,
    # Grueso
    25.38, 25.19, 24.11,
    17.78, 18.59, 16.80,
    21.30, 20.41, 22.49
  )
)

# Promedio del coeficiente de variación por combinación de factores
promedios <- datos %>%
  group_by(Tamano, Tiempo) %>%
  summarise(CV_prom = mean(CV), .groups = "drop")

# Tabla resumen
print(promedios)
```

```
# Gráfico suavizado
ggplot(promedios, aes(x = Tiempo, y = CV_prom, color = Tamano)) +
  geom_point(size = 3) +
  geom_smooth(method = "loess", se = FALSE, size = 1.3, span = 1) +
  scale_color_manual(values = c("steelblue", "darkorange", "gray40")) +
  labs(
    title = "Curvas suavizadas del coeficiente de variación (CV)",
    subtitle = "En función del tamaño de partícula y el tiempo de mezclado",
    x = "Tiempo de mezclado (minutos)",
    y = "Coeficiente de variación (CV)",
    color = "Tamaño de partícula"
  ) +
  theme_minimal(base_size = 14) +
  theme(
    plot.title = element_text(face = "bold", hjust = 0.5),
    plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5),
    legend.position = "right",
    panel.grid.minor = element_blank()
  )
)
```

```
####-----####
#### HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS ####
####-----####
```

```
# Datos de tratamientos
```

```
tratamiento_cv <- c(21.78, 20.86, 19.17, 12.98, 13.18, 13.44,
  15.41, 16.77, 16.53, 23.36, 24.19, 22.87,
  15.30, 15.12, 14.22, 16.44, 15.83, 16.35,
  25.38, 25.19, 24.11, 17.78, 18.59, 16.80,
  21.30, 20.41, 22.49)
```

```
# Histograma de frecuencias de tratamientos
```

```
hist(tratamiento_cv,
  main = "Histograma de Frecuencias",
  xlab = "Resultados de CV",
  ylab = "Frecuencia",
  col = "navajowhite",
  border = "black")
```

```
####-----####
#### SHAPIRO-WILK MODELO FACTORIAL ####
####-----####
```

```
# Vector con los datos de Tratamientos
```

```
tratamiento_cv <- c(21.78, 20.86, 19.17, 12.98, 13.18, 13.44,
  15.41, 16.77, 16.53, 23.36, 24.19, 22.87,
  15.30, 15.12, 14.22, 16.44, 15.83, 16.35,
  25.38, 25.19, 24.11, 17.78, 18.59, 16.80,
  21.30, 20.41, 22.49)
```

```
# Prueba de Shapiro-Wilk
```

```

shapiro_test <- shapiro.test(tratamiento_cv)
print(shapiro_test)

# Gráfico Q-Q Plot
qq_data <- data.frame(Theoretical = qnorm(ppoints(tratamiento_cv)), Observed =
sort(tratamiento_cv))

# Intersección y pendiente basándose en el primer y tercer cuartil
Q1 <- quantile(tratamiento_cv, 0.25)
Q3 <- quantile(tratamiento_cv, 0.75)
theoretical_Q1 <- qnorm(0.25)
theoretical_Q3 <- qnorm(0.75)
slope <- (Q3 - Q1) / (theoretical_Q3 - theoretical_Q1)
intercept <- Q1 - slope * theoretical_Q1
ggplot(qq_data, aes(x = Theoretical, y = Observed)) +
  geom_point(color = "blue") +
  geom_abline(intercept = intercept, slope = slope, color = "red") +
  labs(title = "Gráfico Q-Q Plot",
        x = "Cuantiles Teóricos",
        y = "Cuantiles Observados") +
  theme_minimal()

####-----####
#### LEVENE MODELO FACTORIAL ####
####-----####
# Vector con los datos de tratamientos
tratamiento_cv <- c(21.78, 20.86, 19.17, 12.98, 13.18, 13.44,
                    15.41, 16.77, 16.53, 23.36, 24.19, 22.87,
                    15.30, 15.12, 14.22, 16.44, 15.83, 16.35,
                    25.38, 25.19, 24.11, 17.78, 18.59, 16.80,
                    21.30, 20.41, 22.49)

# Factores para representar los niveles de los factores A y B
factor_A <- rep(c("A1", "A2", "A3"), each = 9)
factor_B <- rep(c("B1", "B2", "B3"), each = 3, times = 3)

# Factores que tienen la misma longitud que los datos
if (length(tratamiento_cv) != length(factor_A) || length(tratamiento_cv) !=
length(factor_B)) {
  stop("La longitud de los datos y los factores no coincide.")
}

# Prueba de Levene
levене_test <- levene.test(tratamiento_cv, factor_A, factor_B, location = "median",
trim.alpha = 0.2, bootstrap = FALSE)
print(levене_test)

# Boxplots por factor
par(mfrow=c(1, 2)) # Para mostrar los gráficos en una fila y dos columnas
boxplot(tratamiento_cv ~ factor_A,
        main = "Boxplot por Factor A",

```

```

        xlab = "Factor A",
        ylab = "CV",
        col = "navajowhite") # Cambia el color de fondo de las cajas a azul claro
boxplot(tratamiento_cv ~ factor_B,
        main = "Boxplot por Factor B",
        xlab = "Factor B",
        ylab = "CV",
        col = "bisque") # Cambia el color de fondo de las cajas a verde claro
par(mfrow=c(1, 1)) # Restablecer la configuración original de los gráficos

```

```
####-----####
```

```
#### ANOVA DOS VIAS MODELO FACTORIAL ####
```

```
####-----####
```

```

# Cargar datos
CV <- c(21.78, 20.86, 19.17, 12.98, 13.18, 13.44, 15.41, 16.77, 16.53,
        23.36, 24.19, 22.87, 15.30, 15.12, 14.22, 16.44, 15.83, 16.35,
        25.38, 25.19, 24.11, 17.78, 18.59, 16.80, 21.30, 20.41, 22.49)
ParticleSize <- factor(rep(c("Fino", "Medio", "Grueso"), each = 9))
MixingTime <- factor(rep(rep(c("1 minuto", "3 minutos", "5 minutos"), each = 3),
times = 3))
# Dataframe con los datos
data <- data.frame(CV, ParticleSize, MixingTime)

```

```

# Factores tratados como categóricos
data$ParticleSize <- as.factor(data$ParticleSize)
data$MixingTime <- as.factor(data$MixingTime)

```

```

# ANOVA de dos vías
model_anova <- aov(CV ~ ParticleSize * MixingTime, data = data)
summary(model_anova)

```

```
####-----####
```

```
#### MEDIAS MARGINALES ####
```

```
####-----####
```

```

# Cargar datos
datos <- data.frame(
  Tamano = rep(c("Fino", "Medio", "Grueso"), each = 9),
  Tiempo = rep(rep(c(1, 3, 5), each = 3), 3),
  CV = c(
    # Fino
    21.78, 20.86, 19.17,
    12.98, 13.18, 13.44,
    15.41, 16.77, 16.53,
    # Medio
    23.36, 24.19, 22.87,
    15.30, 15.12, 14.22,
    16.44, 15.83, 16.35,
    # Grueso
    25.38, 25.19, 24.11,
    17.78, 18.59, 16.80,
    21.30, 20.41, 22.49
  )
)

```

```

    )
  )

datos <- datos %>%
  mutate(
    Tamano = factor(Tamano, levels = c("Grueso", "Medio", "Fino")),
    Tiempo = factor(Tiempo)
  )
# Anova
modelo <- aov(CV ~ Tamano * Tiempo, data = datos)
summary(modelo)

# Tukey para factores principales
TukeyHSD(modelo, "Tamano")
TukeyHSD(modelo, "Tiempo")

# Interacción completa
datos$Tratamiento <- interaction(datos$Tamano, datos$Tiempo)
anova_trat <- aov(CV ~ Tratamiento, data = datos)
tukey_trat <- HSD.test(anova_trat, "Tratamiento", group = TRUE)
print(tukey_trat$groups)

# Medias marginales
emm <- emmeans(modelo, ~ Tamano * Tiempo)
summary(emm)

# Tratamiento con menor promedio de CV
mejor <- emm %>%
  as.data.frame() %>%
  arrange(emmean) %>%
  head(1)
print(mejor)

# Objeto emmGrid en data frame
emm_df <- as.data.frame(emm)

# Estructura del data frame
str(emm_df)

# Gráfico de las medias marginales estimadas
ggplot(emm_df, aes(x = Tiempo, y = emmean, color = Tamano, group = Tamano)) +
  geom_line(size = 1.2) +
  geom_point(size = 3) +
  geom_errorbar(aes(ymin = lower.CL, ymax = upper.CL), width = 0.1) +
  labs(
    title = "Medias marginales estimadas (Tamaño x Tiempo)",
    x = "Tiempo de mezclado (min)",
    y = "Coeficiente de variación (CV)",
    color = "Tamaño de partícula"
  ) +
  scale_color_manual(values = c("gray40", "darkorange", "steelblue")) +

```

```

theme_minimal(base_size = 13) +
theme(
  plot.title = element_text(face = "bold", hjust = 0.5),
  panel.grid.minor = element_blank()
)

####-----####
#### MODELO CUADRATICO CON INTERACCION ####
####-----####
# Ajuste del modelo
modelo <- lm(CV ~ Tamano * (Tiempo + I(Tiempo^2)), data = datos)

# Resumen general del modelo
summary(modelo)

# Análisis de varianza
anova(modelo)

####-----####
#### ANALISIS DE RESIDUOS ####
####-----####
# Predicciones desde el modelo usando la matriz de diseño
pred_modelo <- fitted(modelo)

# Matriz de diseño
X <- model.matrix(formula(modelo), data = datos)

# Coeficientes del modelo
coef_mod <- coef(modelo)

# Predicción manual
pred_formula <- as.numeric(X %*% coef_mod)

# Residuos modelo vs formula
resid_modelo <- datos$CV - pred_modelo
resid_formula <- datos$CV - pred_formula

# Diferencia entre residuos
diff_resid <- resid_modelo - resid_formula

# Tabla comparativa
tabla_comp <- datos %>%
  mutate(
    Pred_modelo = pred_modelo,
    Pred_formula = pred_formula,
    Resid_modelo = resid_modelo,
    Resid_formula = resid_formula,
    Diff_resid = diff_resid
  ) %>%

```

```

    select(everything(), Pred_modelo, Pred_formula, Resid_modelo, Resid_formula,
Diff_resid)

# Ver las primeras filas
print(head(tabla_comp, 27))

# Estadísticos resumen
resumen_res <- data.frame(
  estad = c("Min", "Q1", "Mediana", "Media", "Q3", "Max", "SD"),
  Resid_modelo = c(min(resid_modelo), quantile(resid_modelo, .25),
median(resid_modelo),
mean(resid_modelo), quantile(resid_modelo, .75),
max(resid_modelo), sd(resid_modelo)),
  Resid_formula = c(min(resid_formula), quantile(resid_formula, .25),
median(resid_formula),
mean(resid_formula), quantile(resid_formula, .75),
max(resid_formula), sd(resid_formula)),
  Diff_resid = c(min(diff_resid), quantile(diff_resid, .25), median(diff_resid),
mean(diff_resid), quantile(diff_resid, .75), max(diff_resid),
sd(diff_resid))
)
print(resumen_res)

####-----####
#### DIAGNOSTICO DE SUPUESTOS MODELO CUADRATICO ####
####-----####
# Carga de datos
datos <- datos %>%
  mutate(
    Tamano = factor(Tamano, levels = c("Grueso", "Medio", "Fino")),
    Tiempo = as.numeric(Tiempo)
  )

# Ajuste de modelo
modelo <- lm(CV ~ Tamano * (Tiempo + I(Tiempo^2)), data = datos)
summary(modelo)

####-----####
#### PRUEBA DE SHAPIRO-WILK MODELO CUADRATICO ####
####-----####
shapiro_result <- shapiro.test(residuals(modelo))
print(shapiro_result)

# Grafico histograma
ggplot(data.frame(res = residuals(modelo)), aes(x = res)) +
  geom_histogram(aes(y = ..density..), bins = 10, fill = "skyblue", color = "black")
+
  stat_function(fun = dnorm, args = list(mean = mean(residuals(modelo)),
sd = sd(residuals(modelo))),
color = "red", size = 1) +
  labs(title = "Histograma de residuos con curva normal",

```

```

        x = "Residuos", y = "Densidad") +
        theme_minimal()

# Grafico Q-Q plot
ggqqplot(residuals(modelo),
         title = "Gráfico Q-Q para evaluación de normalidad de residuos")

####-----####
#### PRUEBA DE LEVENE PARA EL MODELO CUADRATICO ####
####-----####
# Conversión de variables a factor
datos$Tamano <- as.factor(datos$Tamano)
datos$Tiempo <- as.factor(datos$Tiempo)

# Ajuste del modelo cuadrático con interacción
modelo <- lm(CV ~ Tamano * (Tiempo + I(as.numeric(Tiempo)^2)), data = datos)

# Obtener residuos
datos$residuos <- residuals(modelo)

# Test de Levene por Factor A
levene_A <- leveneTest(residuos ~ Tamano, data = datos)
print(levene_A)

# Test de Levene por Factor B
levene_B <- leveneTest(residuos ~ Tiempo, data = datos)
print(levene_B)

# Boxplot Factor A
boxplot(residuos ~ Tamano,
        data = datos,
        col = "peachpuff",
        main = "Boxplot de residuos por Factor A",
        xlab = "Tamaño de partícula",
        ylab = "Residuos del modelo")

# Boxplot Factor B
boxplot(residuos ~ Tiempo,
        data = datos,
        col = "lightblue",
        main = "Boxplot de residuos por Factor B",
        xlab = "Tiempo de mezclado (min)",
        ylab = "Residuos del modelo")

####-----####
#### POST HOC COMPLETO PARA DISEÑO FACTORIAL ####
####-----####
# Medias marginales estimadas
emm_inter <- emmeans(modelo, ~ Tamano * Tiempo)

# Tabla de medias marginales

```

```

summary(emm_inter)

# Comparaciones múltiples Tukey para la interacción
posthoc <- contrast(emm_inter, method = "pairwise", adjust = "tukey")
summary(posthoc)

# Comparaciones múltiples
plot(posthoc)

# Grafico de medias marginales
df_emm <- as.data.frame(emm_inter)
ggplot(df_emm, aes(x = factor(Tiempo), y = emmean,
                    color = Tamano, group = Tamano)) +
  geom_point(size = 3) +
  geom_line(size = 1.2) +
  geom_errorbar(aes(ymin = lower.CL, ymax = upper.CL), width = 0.15) +
  labs(
    title = "Medias marginales estimadas y sus intervalos de confianza",
    x = "Tiempo de mezclado (min)",
    y = "Coeficiente de variación (CV)",
    color = "Tamaño de partícula"
  ) +
  scale_color_manual(values = c("gray40", "darkorange", "steelblue")) +
  theme_minimal(base_size = 13)

```

Anexo 3. Certificado de análisis de los microtrazadores



1370 Van Dyke Avenue, San Francisco, CA 94124 USA
Tel: (415) 822-1100 Fax: (415) 822-6615
www.microtracers.com

April 17, 2025

AGRIPELCA S.A.
Km 10,5 Via a Daule
Lotización Expogranos, Mz 16, S#4 (Granotec)
Guayaquil, ECUADOR

Attn: Luis F. Moncada Tel: (593-9)-977-2406

Ref: Your order for 10kg of Microtracer F, Filter papers; SO-002973; MT-2025-17601

CERTIFICATE OF ANALYSIS:

Lot No. (Microtracer)	Amount (# Jars)	Particle Count/mg	Dye Analysis	Manufacturing Date	Expiration Date
A-18059 (F-Blue #1)	6	25/mg	1.12% FD&C Blue #1	11-7-24	11-7-27
A-18164 (F-Red#40)	4	32/mg	1.33% FD&C Red #40	2-3-25	2-3-28

Sieve Analysis: All Numbers are Per Cent

Lot #	+40	-40/+100	-100/+120	-120/+140	-140/+200	-200
A-18059	0.00	96.41	2.56	0.66	0.30	0.07
A-18164	0.00	89.39	6.80	2.09	1.13	0.59

Signed by:
MICRO-TRACERS, INC.

Mark Carlson
R&D and Technical Services

Anexo 4. Interface del modelo predictivo en Shiny con elementos para escoger el tamaño de partícula y el tiempo de mezclado.

