

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA ESTATAL DEL CARCHI

POSGRADO



MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA APLICADA

“Análisis estadístico del efecto de una estrategia activa basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo sobre el aprendizaje de derivadas en estudiantes de primer semestre de la carrera de Criminalística de la Universidad Estatal de Bolívar, Extensión San Miguel”

Trabajo de titulación previa la obtención del

Título de Magíster en Estadística Aplicada

Autor: MSc. Vistín Vistín Jair Manuel

Tutor: MSc. Flores Muñoz Pablo Javier

Tulcán, 2026

CERTIFICADO DEL TUTOR DEL TDT

Certifico que el estudiante Vistín Vistín Jair Manuel, con el número de cédula 0201566155, ha elaborado el Trabajo de Titulación: “Análisis estadístico del efecto de una estrategia activa basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo sobre el aprendizaje de derivadas en estudiantes de primer semestre de la carrera de Criminalística de la Universidad Estatal de Bolívar, Extensión San Miguel”.



Validar únicamente en FirmaEC.
Firmado electrónicamente por:
**PABLO JAVIER FLORES
MUNOZ**

MSc. Flores Muñoz Pablo Javier

Tutor del TDT

Tulcán, octubre de 2026

AUTORÍA DE TRABAJO DEL TDT

El presente trabajo de titulación constituye un requisito previo para la obtención del título de Magíster en Estadística Aplicada.

Yo, Jair Manuel Vistín Vistín, ciudadano ecuatoriano, con cédula de identidad número 0201566155, declaro que la investigación es absolutamente original, auténtica y personal, y que los resultados y conclusiones a los que he llegado son de mi absoluta responsabilidad.



Validar únicamente en FirmaEC.
Firmado electrónicamente por:
**JAIR MANUEL VISTIN
VISTIN**

MSc. Vistín Vistín Jair Manuel

Autor del TDT

Tulcán, octubre de 2026

ACTA DE CESIÓN DE DERECHOS DEL TDT

Yo, Jair Manuel Vistín Vistín, declaro ser autor de los criterios emitidos en el trabajo de titulación: “Análisis estadístico del efecto de una estrategia activa basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo sobre el aprendizaje de derivadas en estudiantes de primer semestre de la carrera de Criminalística de la Universidad Estatal de Bolívar, Extensión San Miguel”, y eximo expresamente a la Universidad Politécnica Estatal del Carchi y a sus representantes legales de posibles reclamos o acciones legales.



Validar únicamente en FirmaEC.
Firmado electrónicamente por:
**JAIR MANUEL VISTIN
VISTIN**

MSc. Vistín Vistín Jair Manuel

Autor del TDT

Tulcán, octubre de 2026

AGRADECIMIENTO

Expreso mi agradecimiento a mi familia, por su apoyo, comprensión y acompañamiento durante este proceso académico.

De manera especial, agradezco a mi tutor, MSc. Pablo Javier Flores Muñoz, por su orientación, tiempo y acompañamiento en el desarrollo de este trabajo de titulación, cuyos aportes permitieron fortalecer cada una de sus etapas.

Asimismo, agradezco a los docentes de la Maestría en Estadística Aplicada de la Universidad Politécnica Estatal del Carchi, por los conocimientos compartidos y por contribuir a mi formación académica y profesional.

Finalmente, agradezco a todas las personas que, de una u otra manera, aportaron para que este proceso pudiera concluir satisfactoriamente.

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mi familia, por estar presente en cada etapa de este camino.

De manera especial, a mi hija y a mis dos sobrinos, quienes representan una fuente constante de motivación y me recuerdan la importancia de seguir creciendo, aprendiendo y alcanzando nuevas metas.

A mi padre, por haber sido siempre un ejemplo de esfuerzo, responsabilidad y constancia. Su recuerdo permanece presente en cada logro, y me gusta pensar que estaría orgulloso de este momento.

A todos ellos, con cariño y gratitud.

ÍNDICE

RESUMEN	xiii
ABSTRACT	xiv
CAPÍTULO I PROBLEMA	1
1.1 Planteamiento del problema.....	1
1.2 Hipótesis de investigación	5
1.2.1 Hipótesis estadísticas	5
1.3 Objetivos de investigación.....	6
1.3.1 Objetivo general	6
1.3.2 Objetivos específicos	6
1.4 Justificación	7
CAPÍTULO II FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....	10
2.1 Antecedentes de la investigación	10
2.2 Fundamentación teórica	17
2.2.1 Enseñanza de las matemáticas en educación superior.....	17
2.2.2 Dificultades en el aprendizaje del cálculo diferencial	19
2.2.3 La derivada como concepto matemático	21
2.2.4 Rendimiento académico	22
2.2.5 Metodologías activas de enseñanza-aprendizaje	23
2.3 Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)	25
2.3.1 Conceptualización del Aprendizaje Basado en Problemas.....	25
2.3.2 Características del Aprendizaje Basado en Problemas.....	27
2.3.3 Ventajas del Aprendizaje Basado en Problemas	28
2.3.4 Aplicación del ABP en educación matemática.....	29

2.4	Trabajo colaborativo	31
2.4.1	Conceptualización del trabajo colaborativo	31
2.4.2	Fundamentos pedagógicos del trabajo colaborativo.....	32
2.4.3	Trabajo colaborativo en la enseñanza de matemáticas	33
2.5	Fundamentación pedagógica.....	35
2.5.1	Constructivismo como fundamento del aprendizaje	35
2.5.2	Aprendizaje significativo.....	36
2.5.3	Enfoque sociocultural del aprendizaje.....	37
2.5.4	Relación entre las metodologías activas y el aprendizaje matemático	39
2.6	Fundamentación legal	40
2.6.1	Constitución de la República del Ecuador.....	40
2.6.2	Ley Orgánica de Educación Superior (LOES)	40
2.6.3	Reglamento de Régimen Académico	41
CAPÍTULO III METODOLOGÍA		42
3.1	Descripción del área de estudio/Grupo de estudio.....	42
3.2	<i>Enfoque y tipo de investigación</i>	44
3.3	Diseño de la investigación	47
3.3.1	Representación del diseño cuasi experimental	47
3.3.2	Control de amenazas a la validez interna	49
3.3.3	Control de amenazas a la validez externa.....	50
3.4	Población y muestra.....	50
3.4.1	Parámetros de interés para la inferencia estadística	52
3.5	Definición y operacionalización de variables	53
3.5.1	Variable independiente	55
3.5.2	Variable dependiente	58

3.6	Procedimientos.....	60
3.6.1	Fase 1. Planificación y caracterización inicial de los grupos	60
3.6.2	Fase 2. Implementación y seguimiento de la intervención pedagógica ...	64
3.6.3	Fase 3. Medición posterior y organización de los datos.....	73
3.6.4	Fase 4. Procesamiento y análisis estadístico de los resultados.....	74
3.7	Consideraciones bioéticas	77
CAPÍTULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN		78
4.1	Introducción al análisis de resultados	78
4.2	Caracterización inicial de los grupos de estudio.....	79
4.3	Cambios en el rendimiento académico después de la intervención.....	84
4.4	Efecto de la intervención pedagógica sobre el rendimiento académico en derivadas	86
4.5	Contraste de la hipótesis de investigación	97
4.6	Discusión de resultados	98
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES		103
Conclusiones.....		103
Recomendaciones		106
REFERENCIAS		109
ANEXOS.....		111

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Estadísticos descriptivos de las calificaciones históricas en derivadas	3
Tabla 2 Esquema del diseño cuasi experimental	48
Tabla 3 Distribución de los participantes según grupo de estudio	51
Tabla 4 Operacionalización de la variable independiente	56
Tabla 5 Operacionalización de la variable dependiente	59
Tabla 6 Comparación metodológica entre el grupo control y el grupo experimental	67
Tabla 7 Secuencia didáctica de la intervención pedagógica.....	68
Tabla 8 Recursos e instrumentos asociados al desarrollo de la intervención pedagógica	70
Tabla 9 Criterios de fidelidad considerados durante la implementación.....	71
Tabla 10 Aspectos comunes considerados durante la implementación en ambos grupos	72
Tabla 11 Estadísticos descriptivos generales de las variables analizadas	80
Tabla 12 Estadísticos descriptivos del rendimiento académico por grupo.....	80
Tabla 13 Comparación inicial entre grupos mediante prueba t para muestras independientes	83
Tabla 14 Cambios en el rendimiento académico dentro de cada grupo	85
Tabla 15 Verificación de los supuestos y diagnóstico del modelo ANCOVA.....	89
Tabla 16 Análisis de covarianza del rendimiento académico postintervención	94
Tabla 17 Medias ajustadas del posttest según el grupo de intervención	95
Tabla 18 Diferencia ajustada del posttest entre los grupos de estudio	96

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Ubicación de la Universidad Estatal de Bolívar, Extensión Universitaria de San Miguel.....	42
Figura 2 Distribución de los puntajes del pretest por grupo.....	82
Figura 3 Distribución de los puntajes del postest por grupo	84
Figura 4 Relación entre el pretest y el postest según el grupo	87
Figura 5 Normalidad de los residuos del modelo ANCOVA	91
Figura 6 Residuos frente a valores ajustados.....	92
Figura 7 Distancia de Cook del modelo ANCOVA	93
Figura 8 Medias ajustadas del postest según el grupo de estudio	95

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo A Matriz de operacionalización de variables.....	111
Anexo B Ficha técnica y criterios de calificación del pretest y posttest	113
Anexo C Consentimiento informado.....	116
Anexo D Registro de fidelidad de implementación de la intervención pedagógica.....	117
Anexo E Script en R utilizado para el análisis estadístico reproducible	119

RESUMEN

El presente estudio tuvo como objetivo determinar el efecto de una estrategia activa que integró el Aprendizaje Basado en Problemas y el trabajo colaborativo sobre el rendimiento académico en derivadas de estudiantes de primer semestre de la carrera de Criminalística de la Universidad Estatal de Bolívar, mediante un diseño cuasiexperimental con mediciones pretest y posttest y un análisis ajustado por el rendimiento inicial. Se trabajó con un enfoque cuantitativo y un diseño cuasiexperimental con mediciones pretest y posttest. Participaron 80 estudiantes distribuidos en dos grupos previamente conformados: 40 en el grupo control, que trabajó con una metodología tradicional, y 40 en el grupo experimental, donde se aplicó la estrategia activa durante seis sesiones. Para comparar el rendimiento final se utilizó un análisis de covarianza (ANCOVA), considerando el puntaje del pretest como covariable. Los grupos presentaron resultados iniciales similares, con medias de 5,63 puntos en el grupo control y 5,71 en el experimental. Después de la intervención, las medias ajustadas del posttest fueron de 6,925 y 8,197 puntos, respectivamente. La diferencia ajustada fue de 1,272 puntos a favor del grupo experimental y resultó estadísticamente significativa ($p < 0,001$), con un tamaño del efecto de magnitud considerable ($\eta^2p = 0,319$). Los resultados muestran que la estrategia que combinó Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo estuvo asociada con un mejor rendimiento en los contenidos de derivación evaluados. Estos hallazgos corresponden principalmente al desempeño procedimental en la aplicación de reglas de derivación y deben interpretarse dentro de las condiciones propias del diseño cuasiexperimental utilizado.

Palabras clave: *ANCOVA*, Aprendizaje Basado en Problemas, derivadas, diseño cuasiexperimental, trabajo colaborativo.

ABSTRACT

This study aimed to determine the effect of an active learning strategy integrating problem-based learning and collaborative work on academic performance in applying differentiation rules among first-semester students enrolled in the Criminalistics program at Universidad Estatal de Bolívar. A quantitative approach and a quasi-experimental pretest-posttest design were employed. The study included 80 students from two pre-existing groups: 40 in the control group, which received traditional instruction, and 40 in the experimental group, which participated in the active learning strategy over six sessions. Analysis of covariance (ANCOVA) was used to compare posttest performance, with the pretest score included as a covariate. The baseline mean scores were numerically close: 5.63 in the control group and 5.71 in the experimental group. After the intervention, the adjusted posttest means were 6.925 and 8.197, respectively. The adjusted difference was 1.272 points in favor of the experimental group and was statistically significant ($p < .001$), with a substantial effect size (partial $\eta^2 = .319$). The findings indicate that the strategy combining problem-based learning and collaborative work was associated with higher performance on the assessed differentiation content. These results primarily reflect procedural performance in the application of differentiation rules and should be interpreted in light of the study's quasi-experimental design.

Keywords: *ANCOVA, problem-based learning, derivatives, quasi-experimental design, collaborative work.*

CAPÍTULO I

PROBLEMA

1.1 Planteamiento del problema

El aprendizaje de las matemáticas en la educación superior continúa representando una dificultad importante para una parte del estudiantado, especialmente en asignaturas como cálculo diferencial, donde se requiere un mayor nivel de abstracción y razonamiento analítico. Durante los primeros semestres es frecuente encontrar dificultades para comprender conceptos complejos, relacionar variables funcionales y aplicar los conocimientos matemáticos a situaciones vinculadas con la formación profesional. Estas dificultades pueden reflejarse no solo en el rendimiento académico, sino también en la confianza del estudiante y en la percepción que desarrolla sobre la utilidad de las matemáticas dentro de su carrera (Tall, 2013).

Entre los contenidos que generan mayores dificultades se encuentra la derivada, considerada uno de los conceptos fundamentales del cálculo diferencial. Su comprensión exige integrar conocimientos previos de álgebra, funciones y representación gráfica, además de interpretar ideas relacionadas con el cambio, la variación y el comportamiento de fenómenos matemáticos. Sin embargo, en numerosos contextos universitarios todavía predominan enfoques de enseñanza centrados en la explicación magistral y la práctica repetitiva de ejercicios, donde el énfasis suele recaer en la aplicación mecánica de procedimientos antes que en la comprensión profunda de los conceptos (Skemp, 1987).

Como consecuencia, muchos estudiantes logran resolver ejercicios rutinarios de derivación, pero encuentran dificultades cuando deben interpretar el significado matemático de los resultados obtenidos o relacionarlos con situaciones aplicadas. Diversas investigaciones han señalado que estas limitaciones no se originan únicamente en el dominio de técnicas algebraicas, sino también en problemas asociados a la comprensión conceptual de la derivada y al escaso protagonismo que el estudiante asume dentro del proceso de aprendizaje (Zandieh, 2000).

El problema trasciende el ámbito de una universidad en particular y se observa de manera consistente en diversos contextos de educación superior. Las asignaturas de cálculo diferencial registran, con frecuencia, altas tasas de reprobación durante los

primeros ciclos académicos, etapa en la que muchos estudiantes evidencian dificultades en lógica formal, interpretación del lenguaje matemático y análisis de funciones. Estas debilidades, si permanecen sin intervención, obstaculizan la comprensión progresiva de conceptos más abstractos y limitan la consolidación del aprendizaje en esta área del conocimiento (Bressoud et al., 2016).

En América Latina, esta realidad se ve influenciada además por las diferencias existentes en la formación matemática previa de los estudiantes. Las brechas en conocimientos básicos de álgebra, funciones y razonamiento cuantitativo generan dificultades que suelen manifestarse con mayor intensidad durante los primeros niveles universitarios. A ello se suma que, en numerosos contextos educativos, todavía predominan modelos de enseñanza centrados en la transmisión de contenidos, donde las oportunidades para la participación y la construcción colaborativa del conocimiento resultan limitadas (Freeman et al., 2014).

En Ecuador, las asignaturas cuantitativas continúan representando uno de los principales retos académicos dentro de la educación superior. Particularmente, el cálculo diferencial suele ubicarse entre las materias que presentan mayores dificultades de aprendizaje, situación que repercute en el desempeño estudiantil y puede incidir en procesos de desmotivación, repitencia e incluso abandono de los estudios universitarios (Garbanzo Vargas, 2007).

Esta realidad también se manifiesta en la Universidad Estatal de Bolívar, particularmente en la Extensión San Miguel y en la carrera de Criminalística. Con el propósito de verificar que las dificultades descritas en la literatura también se presentan en la población objeto de estudio, se revisaron las actas oficiales de calificaciones de la asignatura Análisis y Razonamiento Matemático correspondientes a los dos períodos académicos inmediatamente anteriores al desarrollo de la presente investigación. Debido a que el tema de derivadas forma parte de la evaluación del primer parcial, únicamente se analizaron las calificaciones obtenidas en este componente. Considerando que dichas evaluaciones se registran institucionalmente sobre cinco puntos, los resultados fueron transformados a una escala de 0 a 10 mediante una transformación lineal ($\times 2$), con el fin de mantener la misma escala utilizada en la presente investigación.

Los estadísticos descriptivos obtenidos para los dos períodos académicos analizados se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1*Estadísticos descriptivos de las calificaciones históricas en derivadas*

Período académico	Paralelos	n	Media (0–10)	Mediana	DE	% de estudiantes con calificación < 7
Septiembre–diciembre 2024	A y B	49	5.51	5.16	1.16	85.71 %
Enero–mayo 2025	A y B	90	5.15	4.93	1.55	87.78 %

Nota. Se analizaron únicamente las calificaciones correspondientes a la evaluación del primer parcial, en la que se evaluó el tema de derivadas. Debido a que la evaluación institucional se califica sobre cinco puntos, las calificaciones fueron transformadas a una escala de 0 a 10 mediante una transformación lineal ($\times 2$), con el fin de mantener la comparabilidad con los resultados de la presente investigación. Los datos proceden de las actas oficiales de calificaciones de la asignatura Análisis y Razonamiento Matemático de la carrera de Criminalística de la Universidad Estatal de Bolívar.

Los resultados obtenidos a partir de las actas oficiales evidencian que la situación observada en la Universidad Estatal de Bolívar es consistente con lo reportado en la literatura especializada. El análisis de los dos períodos académicos previos muestra que el promedio de calificaciones se mantuvo alrededor de los 5 puntos sobre 10, mientras que más del 85% de los estudiantes obtuvo una calificación inferior al mínimo aprobatorio de 7 puntos. De igual manera, una mediana inferior a 6 puntos indica que al menos la mitad de los estudiantes presentó un desempeño insuficiente en el aprendizaje de las derivadas. En conjunto, estos resultados sustentan la pertinencia del problema de investigación y ponen de manifiesto la necesidad de implementar y evaluar alternativas pedagógicas orientadas a fortalecer el aprendizaje de este contenido.

En el trabajo cotidiano de aula, algunos estudiantes presentan dificultades para comprender nociones abstractas como la razón de cambio, interpretar el comportamiento de una gráfica o relacionar las expresiones matemáticas con situaciones aplicadas. Cuando esta conexión entre teoría y práctica no se establece con claridad, la matemática puede percibirse como un contenido alejado del campo profesional, situación que puede afectar la motivación, la confianza académica y la participación del estudiante (Zandieh, 2000).

Esta situación adquiere una relevancia particular en la formación de profesionales en Criminalística. El ejercicio de esta disciplina demanda competencias sólidas en

razonamiento analítico, interpretación cuantitativa de datos y análisis de fenómenos físicos que sustentan la investigación científica. En este contexto, las matemáticas constituyen un componente esencial para el desarrollo del peritaje y la interpretación de evidencias. Sin embargo, cuando la enseñanza del cálculo diferencial se limita a la aplicación mecánica de procedimientos, sin establecer vínculos con situaciones propias del ámbito profesional, los estudiantes encuentran mayores dificultades para reconocer la utilidad de estas herramientas matemáticas en la fundamentación de sus futuros dictámenes científicos.

El escenario también debe analizarse considerando la diversidad de trayectorias escolares con las que los estudiantes ingresan a la institución. En la Extensión San Miguel convergen estudiantes con distintos niveles de preparación matemática, situación que puede reflejarse en diferencias en el manejo del álgebra, el análisis de funciones y el razonamiento formal, conocimientos necesarios para abordar posteriormente el aprendizaje de las derivadas.

Frente a estas dificultades, distintas propuestas didácticas han planteado la conveniencia de complementar la enseñanza expositiva con metodologías que otorguen al estudiante una participación más activa en su aprendizaje. Entre ellas se encuentran el Aprendizaje Basado en Problemas y el trabajo colaborativo, enfoques que favorecen la resolución de situaciones problemáticas, la discusión de procedimientos y la construcción conjunta de soluciones (Freeman et al., 2014).

El Aprendizaje Basado en Problemas promueve que los estudiantes construyan conocimiento a partir del análisis y resolución de situaciones contextualizadas, mientras que el trabajo colaborativo favorece el intercambio de ideas, la discusión académica y la construcción conjunta de soluciones. En conjunto, estas estrategias permiten que el aprendizaje trascienda la memorización de procedimientos y se oriente hacia la comprensión significativa de los contenidos matemáticos (Johnson y Johnson, 1999).

A pesar de los aportes reportados en la literatura científica, en la Universidad Estatal de Bolívar no se identifican investigaciones desarrolladas bajo un enfoque cuantitativo y un diseño cuasi experimental que permitan comparar estadísticamente los resultados obtenidos mediante una metodología tradicional y una estrategia activa basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo en el aprendizaje del tema de derivadas (Campbell y Stanley, 1963).

La limitada disponibilidad de evidencia estadística generada en el propio contexto institucional dificulta que las decisiones relacionadas con posibles cambios pedagógicos se apoyen en resultados obtenidos con esta población. Ante esta situación, resulta pertinente desarrollar un estudio que permita analizar, mediante procedimientos estadísticos, el comportamiento del rendimiento académico cuando se aplica una estrategia que integra el Aprendizaje Basado en Problemas y el trabajo colaborativo en estudiantes de primer semestre de Criminalística de la Universidad Estatal de Bolívar, Extensión San Miguel, durante el PAO II-2025.

1.2 Hipótesis de investigación

La aplicación de una estrategia de enseñanza activa, estructurada sobre el Aprendizaje Basado en Problemas y el trabajo colaborativo, presenta un efecto estadísticamente significativo sobre el rendimiento académico en el tema de derivadas de los estudiantes de primer semestre de Criminalística, en comparación con una metodología tradicional, una vez considerado el rendimiento inicial mediante el pretest.

1.2.1 Hipótesis estadísticas

Con base en la hipótesis de investigación y considerando que el análisis principal se realizó mediante un modelo de análisis de covarianza (ANCOVA), las hipótesis estadísticas se formularon sobre el parámetro asociado al grupo de intervención, una vez controlado el efecto del rendimiento inicial mediante el puntaje obtenido en el pretest.

El modelo considerado fue:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 G_i + \beta_2 X_i + \varepsilon_i$$

donde Y_i representa el puntaje obtenido por el estudiante i en el postest; G_i identifica el grupo de estudio, codificado como 0 para el grupo control y 1 para el grupo experimental; X_i corresponde al puntaje obtenido en el pretest; β_0 representa el intercepto; β_1 expresa el efecto ajustado del grupo de intervención sobre el rendimiento académico final; β_2 representa el efecto asociado al rendimiento inicial; y ε_i corresponde al término de error aleatorio.

En este contexto, las hipótesis estadísticas fueron:

Hipótesis nula (H_0)

$$H_0: \beta_1 = 0$$

La estrategia activa basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo no presenta un efecto estadísticamente significativo sobre el rendimiento académico final en derivadas, después de controlar el puntaje obtenido en el pretest.

Hipótesis alternativa (H_1)

$$H_1: \beta_1 \neq 0$$

La estrategia activa basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo presenta un efecto estadísticamente significativo sobre el rendimiento académico final en derivadas, después de controlar el puntaje obtenido en el pretest.

La dirección del efecto se determinará a partir del signo del coeficiente estimado β_1 y de la comparación de las medias ajustadas del posttest entre los grupos. Un valor positivo de β_1 indicará un rendimiento académico ajustado superior en el grupo experimental.

1.3 Objetivos de investigación

1.3.1 Objetivo general

Determinar el efecto de una estrategia activa que integra el Aprendizaje Basado en Problemas y el trabajo colaborativo sobre el rendimiento académico en derivadas de estudiantes de primer semestre de la carrera de Criminalística de la Universidad Estatal de Bolívar, mediante un diseño cuasiexperimental con mediciones pretest y posttest y un análisis ajustado por el rendimiento inicial.

1.3.2 Objetivos específicos

- Caracterizar el rendimiento académico inicial en derivadas de los estudiantes del grupo control y del grupo experimental mediante los puntajes obtenidos en el pretest.
- Analizar los cambios en el rendimiento académico en derivadas dentro de cada grupo mediante la comparación de los puntajes obtenidos antes y después de la intervención pedagógica.
- Estimar el efecto de la estrategia activa combinada de Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo sobre el rendimiento académico final en

derivadas, ajustando estadísticamente las diferencias iniciales mediante el puntaje obtenido en el pretest.

- Estimar la magnitud del efecto de la estrategia activa combinada sobre el rendimiento académico en derivadas mediante las medidas de tamaño del efecto derivadas del modelo estadístico empleado.

1.4 Justificación

La mejora del aprendizaje del cálculo diferencial en el contexto universitario, particularmente del concepto de derivada, constituye uno de los principales motivos que sustentan esta investigación. La literatura especializada reconoce de forma consistente que este contenido representa una de las mayores dificultades dentro de la educación matemática superior, debido a la elevada capacidad de abstracción que demanda y a la necesidad de integrar conocimientos previos relacionados con el álgebra elemental, el comportamiento de las funciones y el razonamiento lógico-formal (Tall, 2013). Cuando estas dificultades no son abordadas oportunamente, sus efectos trascienden el rendimiento inmediato del estudiante y limitan la comprensión de contenidos matemáticos y científicos que se desarrollan en etapas posteriores de la formación.

En la carrera de Criminalística de la Universidad Estatal de Bolívar, Extensión San Miguel, el dominio de las derivadas constituye una competencia estrechamente vinculada con el perfil profesional. El ejercicio de esta disciplina requiere capacidades de análisis cuantitativo, interpretación matemática de evidencias y razonamiento científico aplicado al estudio de fenómenos físicos. En este sentido, resulta pertinente diseñar y evaluar estrategias de enseñanza que favorezcan el fortalecimiento de estas competencias desde los primeros niveles de formación universitaria.

La relevancia científica del presente estudio radica en aportar evidencia empírica sobre los efectos de una estrategia activa basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo en el aprendizaje de las derivadas. Para ello, se implementó un diseño cuasiexperimental que permitió comparar el rendimiento académico de estudiantes que participaron en una metodología activa con el de aquellos que siguieron una metodología tradicional, respaldando las conclusiones mediante un análisis estadístico riguroso.

Desde el punto de vista metodológico, la investigación contribuye al campo de la educación matemática al emplear un diseño cuasiexperimental con mediciones pretest y

postest. Este planteamiento hace posible evaluar el efecto de la intervención pedagógica en condiciones comparables y proporciona una base sólida para interpretar los cambios observados en el aprendizaje de las derivadas.

Con el propósito de responder al problema de investigación y fortalecer la validez interna del estudio, el análisis de la información se desarrolló mediante técnicas de inferencia estadística. Inicialmente se aplicó estadística descriptiva para caracterizar a los grupos de estudio y, posteriormente, se verificaron los supuestos requeridos por el modelo lineal general. El análisis principal se realizó mediante un Análisis de Covarianza (ANCOVA), procedimiento que permitió estimar el efecto de la estrategia activa controlando estadísticamente las diferencias iniciales a través del pretest como covariable. Además de la significancia estadística, se estimó e interpretó el tamaño del efecto junto con sus respectivos intervalos de confianza, con el fin de valorar la magnitud práctica de la intervención.

En el ámbito institucional, los resultados de esta investigación proporcionan información de utilidad para orientar decisiones relacionadas con la planificación curricular y las estrategias didácticas en las asignaturas del área cuantitativa de la Universidad Estatal de Bolívar. Asimismo, pueden constituir un referente para el desarrollo de futuras innovaciones pedagógicas y procesos de mejora orientados a reducir las dificultades de aprendizaje y los niveles de reprobación en estas asignaturas.

Desde una perspectiva práctica, la estrategia propuesta demostró ser viable dentro del contexto de la carrera de Criminalística, ya que su implementación no depende de infraestructura tecnológica especializada ni de recursos de alto costo. Por ello, el procedimiento desarrollado puede servir como una referencia para docentes que enfrentan problemáticas similares en otras asignaturas de carácter cuantitativo.

Finalmente, la investigación aporta también desde una dimensión social, al contribuir al fortalecimiento del proceso de enseñanza y aprendizaje de los futuros profesionales en Criminalística. El desarrollo del pensamiento lógico y del análisis cuantitativo constituye un componente esencial para sustentar científicamente el trabajo pericial. En consecuencia, la evidencia generada por este estudio favorece tanto la mejora de la práctica docente como el fortalecimiento de procesos de formación universitaria sustentados en evidencia empírica.

Asimismo, la investigación se relaciona con el Objetivo de Desarrollo Sostenible 4 (ODS 4), Educación de calidad, orientado a garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad y a promover oportunidades de aprendizaje durante toda la vida (Naciones Unidas en Ecuador, s. f.). Desde el ámbito de la educación superior, el estudio aporta evidencia sobre una estrategia de enseñanza dirigida a fortalecer el aprendizaje de contenidos cuantitativos y a mejorar los procesos educativos en el contexto universitario. En este sentido, sus resultados pueden contribuir a la toma de decisiones académicas orientadas al fortalecimiento de la calidad de la enseñanza y del aprendizaje.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1 Antecedentes de la investigación

Durante las últimas décadas, la enseñanza de las matemáticas en educación superior ha sido objeto de múltiples investigaciones debido a las dificultades persistentes que presentan los estudiantes en asignaturas relacionadas con cálculo diferencial. Dentro de este campo, el estudio de la derivada se ha identificado como uno de los contenidos con mayores niveles de complejidad conceptual, particularmente durante los primeros niveles universitarios. Diversos estudios desarrollados a nivel internacional coinciden en señalar que una parte importante de las dificultades de aprendizaje no se relaciona únicamente con el nivel abstracto del contenido matemático, sino también con las metodologías tradicionalmente utilizadas dentro del aula universitaria.

Históricamente, la enseñanza del cálculo diferencial ha estado ligada de forma casi exclusiva a esquemas pedagógicos expositivos, donde predomina la clase magistral y la repetición sistemática de algoritmos algebraicos. Si bien esta aproximación metodológica es útil para consolidar destrezas mecánicas y operativas básicas, existe un consenso amplio en la investigación educativa respecto a sus limitaciones para consolidar un entendimiento conceptual robusto, estimular el razonamiento lógico o capacitar al estudiante en la transferencia de conocimientos hacia escenarios reales y contextualizados. La consecuencia directa de este modelo es la formación de alumnos capaces de resolver con éxito algoritmos de derivación mecánicos o rutinarios, pero que muestran severas dificultades interpretativas al momento de descifrar el significado intrínseco de una derivada, evaluar la conducta de una función o extrapolar los conceptos analíticos fuera de los formatos previamente memorizados.

En los últimos años, las metodologías activas han fortalecido su presencia en la educación superior al promover una participación más dinámica del estudiante y favorecer la construcción del conocimiento a partir de experiencias de aprendizaje. Entre ellas, el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y el trabajo colaborativo destacan por su aplicación en carreras vinculadas con las ciencias, la ingeniería y las matemáticas. La evidencia disponible señala que estas estrategias contribuyen al fortalecimiento del

rendimiento académico, la comprensión conceptual, el razonamiento analítico y la participación de los estudiantes durante el proceso formativo.

No obstante, aunque existen numerosos estudios relacionados con metodologías activas en educación matemática, todavía persisten vacíos investigativos en contextos específicos como carreras de Criminalística y universidades provinciales ecuatorianas. Por ello, el análisis de antecedentes resulta fundamental para comprender el estado actual del conocimiento científico relacionado con el problema de investigación y establecer la pertinencia del presente estudio.

En el ámbito internacional, uno de los estudios de mayor referencia sobre la efectividad de las metodologías activas en la educación superior corresponde al metaanálisis desarrollado por Freeman et al. (2014). Esta investigación integró los resultados de 225 estudios comparativos realizados en universidades de distintas regiones del mundo dentro de las áreas STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas). Sus resultados evidenciaron que los estudiantes expuestos a estrategias de aprendizaje activo obtuvieron un mejor rendimiento académico y presentaron menores tasas de reprobación en comparación con aquellos que participaron en metodologías tradicionales de enseñanza.

Los autores señalan que la participación en actividades de análisis, discusión y resolución de problemas favorece el desarrollo de procesos cognitivos de mayor complejidad. En contraste, las clases centradas exclusivamente en la exposición magistral tienden a promover un aprendizaje basado principalmente en la memorización de procedimientos, limitando la comprensión conceptual de los contenidos.

Para la presente investigación, los aportes de Freeman et al. (2014) constituyen un antecedente relevante, ya que respaldan la incorporación de metodologías activas en la enseñanza de asignaturas cuantitativas, especialmente cuando se abordan contenidos de elevada complejidad conceptual, como el cálculo diferencial. Asimismo, la evidencia presentada por estos autores sustenta la importancia de la participación del estudiante como un factor asociado al rendimiento académico en la educación superior.

En relación con el desarrollo del pensamiento matemático, Tall (2013) analizó las principales dificultades cognitivas que intervienen en el aprendizaje del cálculo diferencial. El autor sostiene que muchas de las limitaciones observadas en los estudiantes

se originan cuando la enseñanza prioriza los procedimientos algebraicos y la manipulación simbólica por encima de la comprensión conceptual. Desde esta perspectiva, la construcción del concepto de derivada requiere desarrollar procesos de visualización geométrica, interpretación funcional y razonamiento matemático, competencias que difícilmente se fortalecen mediante ejercicios exclusivamente mecánicos y repetitivos.

En concordancia con este planteamiento, Tall (2013) propone orientar la enseñanza del cálculo diferencial hacia estrategias didácticas que favorezcan la resolución de problemas y la construcción del significado de los conceptos matemáticos, promoviendo que los estudiantes desarrollen habilidades de interpretación y razonamiento más allá de la aplicación de procedimientos.

En sintonía con estas ideas, Hiebert y Grouws (2007) evaluaron de qué manera las diferentes orientaciones pedagógicas impactan la comprensión matemática en el nivel superior. Los investigadores determinaron que la construcción de un conocimiento matemático duradero y con significado requiere de espacios didácticos que exijan al estudiante verbalizar y justificar sus razonamientos, fundamentar los procedimientos matemáticos empleados y conectar las estructuras numéricas con problemas contextualizados. En contraposición, advierten que el aprendizaje instrumental y algorítmico reduce de manera drástica la capacidad de transferir o extrapolar las competencias adquiridas hacia problemas inéditos o de mayor complejidad práctica.

Los autores también señalan que la comprensión conceptual en matemáticas se fortalece cuando el estudiante participa activamente dentro del proceso educativo y no únicamente como receptor de información.

Por otra parte, Prince (2004) realizó una revisión de la literatura sobre aprendizaje activo y trabajo colaborativo en educación superior. Sus hallazgos indican que las metodologías centradas en el estudiante favorecen mejoras en el rendimiento académico, la retención del conocimiento y la capacidad para resolver problemas. Asimismo, el autor señala que el trabajo colaborativo promueve espacios de interacción académica en los que los estudiantes construyen conocimiento mediante la discusión, la argumentación y el intercambio de ideas.

Los resultados sintetizados por Prince (2004) muestran que los beneficios de las metodologías activas trascienden el rendimiento académico e incluyen aspectos

relacionados con la motivación y la participación de los estudiantes en el proceso de aprendizaje. Estos aportes adquieren especial relevancia en asignaturas de carácter cuantitativo, donde con frecuencia se presentan bajos niveles de motivación y elevados niveles de ansiedad matemática, factores que pueden afectar el aprendizaje y el desempeño académico.

No obstante, la literatura internacional también señala que la implementación de metodologías activas presenta desafíos que deben ser considerados durante su aplicación. Diversos estudios indican que este tipo de estrategias exige una mayor planificación por parte del docente, requiere más tiempo para el desarrollo de las actividades en el aula y puede generar dificultades cuando los estudiantes no están familiarizados con dinámicas de aprendizaje participativas. De igual manera, garantizar una participación equitativa entre los integrantes de los grupos continúa siendo uno de los principales retos de este enfoque. En consecuencia, los resultados obtenidos con estas metodologías dependen no solo de sus fundamentos pedagógicos, sino también de la calidad de su implementación y de las características del contexto educativo en el que se desarrollan.

En relación con el Aprendizaje Basado en Problemas, Savery (2015) sostiene que este enfoque favorece la construcción del conocimiento mediante la resolución de situaciones contextualizadas, permitiendo que los estudiantes otorguen significado a los contenidos a partir de problemas cercanos a su realidad. Según el autor, esta metodología promueve el desarrollo del pensamiento crítico, el razonamiento lógico-formal y la autonomía en el aprendizaje, competencias que resultan especialmente relevantes en la formación científica dentro de la educación superior.

Asimismo, Dochy et al. (2003) desarrollaron una revisión comparativa sobre el efecto del Aprendizaje Basado en Problemas en educación superior. Los autores concluyeron que los estudiantes que participaron en experiencias de ABP desarrollaron mayores niveles de comprensión conceptual y mejores capacidades para aplicar conocimientos en situaciones reales. No obstante, también señalaron que la implementación de esta metodología requiere cambios importantes en la dinámica tradicional del aula universitaria.

En relación con la enseñanza de matemáticas, Engelbrecht et al. (2020) analizaron metodologías activas aplicadas al aprendizaje de cálculo diferencial. Los autores identificaron que los estudiantes que trabajaron mediante resolución de problemas y

actividades colaborativas presentaron mayores niveles de comprensión funcional y mejores capacidades de interpretación matemática. Además, señalaron que el aprendizaje matemático mejora cuando el estudiante participa activamente en procesos de análisis y construcción de soluciones.

A este cuerpo de evidencia se añade la investigación desarrollada por Borji et al. (2018), quienes evaluaron el impacto del trabajo colaborativo en estudiantes universitarios de matemáticas. Sus análisis demostraron incrementos significativos en el desempeño académico, una mayor consolidación de la comprensión conceptual y un incremento en el dinamismo de la participación áulica, al contrastarlos con los grupos control expuestos a un modelo didáctico tradicional.

En conjunto, la literatura internacional coincide en que las metodologías activas favorecen el aprendizaje en las asignaturas del área cuantitativa al promover una mayor participación de los estudiantes, fortalecer la resolución de problemas y desarrollar el razonamiento lógico-formal. Sin embargo, los estudios también muestran que la magnitud de estos efectos varía entre diferentes investigaciones, debido a factores como las características de los estudiantes, el contexto institucional y la forma en que las estrategias didácticas son implementadas. Desde una perspectiva metodológica, esta variabilidad sugiere que los resultados obtenidos en un determinado contexto no pueden generalizarse automáticamente a otras poblaciones, por lo que resulta necesaria su validación mediante investigaciones desarrolladas en escenarios específicos.

En síntesis, el bloque de antecedentes globales posiciona a las estrategias activas como una ruta robusta para mitigar los nudos críticos en la asimilación de conceptos matemáticos de alta abstracción. Pese a ello, queda claro que su efectividad no es absoluta, sino que se encuentra condicionada por covariables pedagógicas, institucionales y del entorno. Puesto que la mayor proporción de la evidencia empírica publicada proviene de centros universitarios en Norteamérica, Europa y regiones específicas de Asia, surge la pertinencia científica de desarrollar estudios en el contexto latinoamericano y, de manera particular, en el sistema de educación superior ecuatoriano. Esto permitirá recolectar datos propios para contrastar la estabilidad de dichos hallazgos frente a realidades educativas e institucionales marcadamente diversas.

Dentro de la región latinoamericana, el afán por reestructurar la didáctica de las disciplinas exactas en el nivel superior ha catalizado múltiples líneas de investigación

orientadas a examinar la viabilidad de las metodologías activas y su incidencia sobre el procesamiento de constructos complejos, tales como el cálculo diferencial. La génesis de esta inquietud científica responde a las persistentes limitaciones que exhibe el estudiantado para asimilar conceptos de alta abstracción, descodificar dependencias funcionales entre variables y extrapolar los procedimientos algebraicos fuera del formato estructurado de los ejercicios algorítmicos rutinarios.

Diversos estudios desarrollados en universidades latinoamericanas coinciden en señalar que los enfoques tradicionales centrados en la transmisión de contenidos y la repetición de ejercicios suelen generar limitaciones en la comprensión conceptual de las matemáticas. Frente a esta realidad, se han promovido estrategias que favorecen una participación más activa del estudiante dentro del proceso de aprendizaje.

Bajo este marco conceptual, las aportaciones de Freeman et al. (2014) confirman que las metodologías activas inducen mejoras significativas en el rendimiento académico dentro de las disciplinas STEM; esto se atribuye a que incrementan el esfuerzo cognitivo del alumno y mitigan la pasividad que caracteriza a los entornos de enseñanza tradicionales. Pese a que dicho estudio no se circunscribió al ámbito geográfico de América Latina, sus métricas y conclusiones operan como un pilar analítico indispensable para sustentar las reformas didácticas implementadas en las universidades de nuestra región.

De manera complementaria, el debate sobre el cálculo diferencial insiste en anteponer la asimilación conceptual al dominio de los procedimientos meramente algorítmicos. Tall (2013) argumenta que gran parte del fracaso académico en cálculo se produce porque el estudiante memoriza y ejecuta reglas operativas sin decodificar la lógica matemática subyacente a dichos operadores. En esta misma línea argumentativa, Zandieh (2000) sostiene que procesar la derivada requiere articular de forma integrada múltiples formas de representación y esquemas de razonamiento matemático; una metacognitiva que se alcanza con mayor facilidad mediante didácticas que exijan el análisis crítico, la argumentación grupal y la resolución activa de problemas.

No obstante, la evidencia disponible en América Latina también muestra que la implementación de metodologías activas implica desafíos que deben considerarse durante su aplicación. Diversos estudios señalan que sus resultados dependen, en buena medida, del tiempo destinado a la planificación docente, de la disponibilidad de recursos y de las

características académicas y socioeducativas de los estudiantes. Asimismo, la efectividad de estas estrategias puede variar según las condiciones institucionales, la naturaleza de la carrera y el nivel de conocimientos matemáticos con el que los estudiantes inician su formación.

En conjunto, los antecedentes revisados respaldan el uso de metodologías activas en la enseñanza de las matemáticas universitarias. Sin embargo, la revisión de la literatura evidencia que la mayor parte de las investigaciones se ha desarrollado en carreras de ingeniería y ciencias exactas, mientras que son escasos los estudios realizados en programas como Criminalística mediante diseños cuasi-experimentales y procedimientos de análisis estadístico que permitan estimar el efecto de estas intervenciones sobre el rendimiento académico. Esta situación pone de manifiesto la necesidad de generar evidencia en contextos poco explorados, como la carrera de Criminalística de la Universidad Estatal de Bolívar, contribuyendo a ampliar el conocimiento disponible sobre la aplicación de estas estrategias en este ámbito de formación.

En Ecuador, las dificultades relacionadas con el aprendizaje de las matemáticas en la educación superior han puesto de manifiesto la necesidad de fortalecer las estrategias de enseñanza, especialmente en las asignaturas del área cuantitativa. En estos espacios académicos, el rendimiento de los estudiantes suele estar influido por factores como la comprensión conceptual, los conocimientos matemáticos previos y las metodologías empleadas durante el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En este contexto, diversos estudios e informes elaborados en el ámbito educativo ecuatoriano destacan la importancia de promover estrategias que favorezcan el pensamiento crítico, la participación de los estudiantes y una comprensión más profunda de los contenidos. Desde esta perspectiva, las metodologías activas se presentan como una alternativa para contribuir al fortalecimiento del aprendizaje y al mejoramiento del rendimiento académico en la educación superior (INEVAL, 2022).

Asimismo, las investigaciones sobre educación matemática coinciden en que las dificultades observadas en contenidos relacionados con cálculo diferencial no dependen únicamente de las capacidades individuales de los estudiantes, sino también de factores asociados a las estrategias de enseñanza implementadas, la motivación académica y los conocimientos previos con los que los estudiantes ingresan a la universidad (Garbanzo Vargas, 2007).

Aunque en el país existe un interés creciente por la innovación pedagógica y la incorporación de metodologías activas, la evidencia disponible muestra que todavía son limitadas las investigaciones que evalúan rigurosamente su efectividad mediante diseños cuasi experimentales y análisis estadísticos orientados a cuantificar su impacto sobre el rendimiento académico. Esta situación es particularmente evidente en el ámbito de la educación matemática universitaria.

La revisión del estado del arte en el ámbito nacional muestra que la mayor parte de las investigaciones sobre metodologías activas se ha desarrollado en carreras de ingeniería y ciencias exactas. En contraste, son escasos los estudios dirigidos a programas con necesidades específicas de razonamiento cuantitativo, como Criminalística. En particular, no se identificaron investigaciones empíricas realizadas con estudiantes de la carrera de Criminalística de la Universidad Estatal de Bolívar. Esta limitada evidencia dificulta la toma de decisiones fundamentadas sobre la incorporación de estrategias didácticas en este contexto académico.

Ante esta situación, resulta pertinente generar evidencia empírica que permita evaluar el efecto de las metodologías activas en el aprendizaje de las matemáticas dentro de este escenario educativo. En este sentido, la presente investigación emplea procedimientos de análisis estadístico e inferencial para aportar información sobre los efectos de estas estrategias en el rendimiento académico, contribuyendo al fortalecimiento de la evidencia disponible para la enseñanza de las matemáticas en la educación superior ecuatoriana.

2.2 Fundamentación teórica

2.2.1 Enseñanza de las matemáticas en educación superior

La enseñanza de las matemáticas en la educación superior desempeña un papel fundamental en el desarrollo del pensamiento científico y del razonamiento analítico de los estudiantes. Las asignaturas del área cuantitativa no se limitan al aprendizaje de procedimientos de cálculo, sino que contribuyen al desarrollo del razonamiento lógico-formal, la resolución de problemas y otras habilidades cognitivas necesarias para la formación profesional en diferentes campos del conocimiento.

En el ámbito universitario, las matemáticas constituyen una herramienta esencial en carreras relacionadas con las ciencias, las ingenierías, la economía y otras áreas de

carácter tecnológico, donde los estudiantes deben interpretar información, analizar fenómenos y construir modelos que permitan explicar distintas situaciones. A pesar de su importancia, las asignaturas cuantitativas continúan presentando elevados índices de dificultad y reprobación, especialmente durante los primeros niveles de formación universitaria.

Diversos estudios coinciden en señalar que una parte importante de los estudiantes que ingresa a la educación superior presenta dificultades para comprender conceptos abstractos, interpretar relaciones funcionales y aplicar los conocimientos matemáticos a situaciones diferentes de los ejercicios rutinarios trabajados en el aula. Estas limitaciones se hacen más evidentes en el aprendizaje del cálculo diferencial, debido al nivel de abstracción requerido para comprender conceptos como límite, continuidad y derivada.

Tall (2013) sostiene que muchas de estas dificultades se relacionan con prácticas de enseñanza centradas principalmente en la manipulación simbólica y la aplicación de procedimientos algebraicos, dejando en un segundo plano la comprensión conceptual de los contenidos matemáticos.

En esta misma línea, Skemp (1987) distingue dos formas de comprensión matemática: la comprensión instrumental y la comprensión relacional. La primera se refiere al dominio de reglas y procedimientos necesarios para resolver un problema, mientras que la segunda implica comprender el significado de los conceptos y las relaciones existentes entre ellos. Desde esta perspectiva, una enseñanza basada exclusivamente en procedimientos favorece el desarrollo de la comprensión instrumental, mientras que la comprensión relacional requiere promover procesos de análisis, interpretación y construcción del significado matemático.

La literatura también señala que el rendimiento en cálculo diferencial no depende únicamente de las estrategias de enseñanza empleadas por el docente. Los conocimientos previos de los estudiantes, particularmente en álgebra, operaciones fundamentales y análisis de funciones, constituyen un factor que influye en el aprendizaje de nuevos contenidos. En consecuencia, el rendimiento académico en cálculo diferencial responde a la interacción entre las características de los estudiantes y las estrategias didácticas implementadas durante el proceso de enseñanza.

En el contexto latinoamericano, esta situación adquiere características particulares debido a la diversidad de trayectorias educativas con las que los estudiantes acceden a la

educación superior. Las diferencias en la formación previa generan grupos con niveles heterogéneos de preparación matemática, lo que representa un desafío para el diseño e implementación de estrategias de enseñanza capaces de responder a esa diversidad.

Por tanto, metodológicamente resulta insuficiente y sesgado atribuir el fracaso en el aprendizaje matemático únicamente a la labor docente o al método de enseñanza empleado. El rendimiento final en esta asignatura responde a una red multifactorial de variables independientes, donde intervienen los conocimientos previos, características cognitivas individuales, factores actitudinales como la ansiedad matemática, la motivación intrínseca y las condiciones físicas y pedagógicas del centro de estudios. Cualquier modelación o evaluación de impacto pedagógico debe contemplar la interacción recíproca de estos factores para evitar sesgos de especificación en el análisis.

Ante este panorama, diversas corrientes de la investigación educativa insisten en la urgencia de la transición de esquemas expositivos a metodologías centradas en el estudiante. Autores como Hiebert y Grouws (2007) sostienen que el aprendizaje matemático significativo se consolida cuando el alumno se involucra de forma activa en tareas de análisis, traducción interpretativa y resolución de problemas reales, en lugar de actuar como un receptor pasivo que memoriza algoritmos ejecutados en el pizarrón.

Desde esta perspectiva constructivista, el docente asume un papel de mediador y facilitador del aprendizaje, promoviendo espacios en los que los estudiantes participan activamente en la construcción del conocimiento matemático mediante la argumentación, el intercambio de ideas y el análisis de problemas. Este enfoque implica organizar experiencias de aprendizaje que favorezcan una participación cognitiva más activa, el desarrollo de la comprensión relacional y el fortalecimiento del pensamiento crítico.

2.2.2 Dificultades en el aprendizaje del cálculo diferencial

El cálculo diferencial es uno de los contenidos de las matemáticas universitarias que suele presentar mayores dificultades de aprendizaje para los estudiantes. Su comprensión requiere integrar conocimientos previos de álgebra, geometría analítica y análisis de funciones, además de desarrollar conceptos abstractos relacionados con el cambio, la variación y el comportamiento de las funciones.

En este contexto, la derivada constituye uno de los conceptos centrales del cálculo diferencial y, al mismo tiempo, uno de los más complejos de comprender. Su aprendizaje

exige interpretar diferentes formas de representación matemática y relacionar ideas como la razón de cambio instantánea, la pendiente de la recta tangente, el crecimiento y decrecimiento de una función y el concepto de límite.

Zandieh (2000), señala que muchos estudiantes presentan dificultades para comprender la derivada porque suelen asociarla únicamente con la aplicación de reglas de derivación, sin desarrollar una comprensión conceptual de su significado. Según la autora, este problema se relaciona con prácticas de enseñanza centradas en procedimientos mecánicos, que conceden menor atención a la interpretación funcional y al razonamiento matemático.

En la misma línea, Tall (2013) sostiene que uno de los principales desafíos del aprendizaje del cálculo diferencial consiste en la transición desde el pensamiento algebraico hacia formas de razonamiento propias del análisis matemático. Como consecuencia, es frecuente que los estudiantes resuelvan correctamente ejercicios de derivación mediante la aplicación de reglas, pero encuentren dificultades al interpretar el significado geométrico de la derivada y el comportamiento local de una función.

Estas dificultades también se relacionan con la escasa integración entre los distintos contenidos matemáticos. En muchos casos, el álgebra, la geometría analítica y el análisis de funciones se estudian de manera independiente, lo que dificulta establecer relaciones entre ellos y limita la comprensión del cálculo diferencial como un cuerpo de conocimientos articulado y con aplicaciones prácticas.

Además de los aspectos cognitivos, diversos estudios han identificado que la ansiedad matemática influye negativamente en el aprendizaje y en el rendimiento académico de los estudiantes. Las experiencias previas de dificultad o fracaso pueden generar inseguridad, disminuir la confianza para resolver problemas y reducir la participación durante las actividades de aprendizaje, especialmente en asignaturas de carácter cuantitativo.

En el marco del tránsito a la vida universitaria, estas dificultades metodológicas tienden a amplificarse en los primeros semestres por el efecto de variables asociadas a la adaptación académica. El estudiantado se enfrenta abruptamente a exigencias de mayor autonomía en el aprendizaje, ritmos de estudio acelerados y un nivel de abstracción formal sustancialmente superior al que experimentaron durante el bachillerato.

En la carrera de Criminalística de la Universidad Estatal de Bolívar, el problema adquiere un matiz particular debido a la baja utilidad percibida que los estudiantes asignan a las asignaturas de ciencias exactas al inicio de su formación. Si la derivada se presenta de manera rígida, algorítmica y desvinculada de su utilidad práctica, se corre el riesgo latente de que los estudiantes cataloguen la cátedra como una barrera o filtro curricular netamente arbitrario. Por este motivo, resulta imprescindible validar empíricamente enfoques didácticos que estimulen la asimilación relacional del concepto y permitan establecer puentes significativos entre las estructuras del cálculo diferencial y situaciones forenses o de análisis cuantitativo delictivo potencialmente vinculadas a su perfil profesional.

Para responder a estas dificultades, la literatura especializada destaca la importancia de implementar estrategias de enseñanza que promuevan una participación de los estudiantes en el proceso de aprendizaje. Sin embargo, también reconoce que la efectividad de estas metodologías depende de diversos factores, entre ellos la forma en que se implementan, las condiciones institucionales y las características académicas con las que los estudiantes inician su proceso de formación.

Es en este escenario de variabilidad donde enfoques constructivistas como el Aprendizaje Basado en Problemas y el trabajo colaborativo se perfilan como alternativas preferentes, cuya eficacia debe ser contrastada y cuantificada de manera empírica para fundamentar estadísticamente su impacto real en la enseñanza del cálculo diferencial.

2.2.3 *La derivada como concepto matemático*

La derivada es uno de los conceptos fundamentales del análisis matemático, ya que permite describir y estudiar el cambio y la variación de las funciones. Desde el punto de vista analítico, representa la razón de cambio instantánea de una variable con respecto a otra, mientras que, desde la perspectiva geométrica, corresponde a la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto determinado. Comprender este concepto requiere integrar diferentes formas de representación matemática y desarrollar una comprensión que vaya más allá de la aplicación de procedimientos de cálculo.

Stewart (2012), señala que el aprendizaje de la derivada implica relacionar representaciones algebraicas, geométricas, numéricas y verbales. El autor advierte que cuando estas representaciones se enseñan de manera aislada y el aprendizaje se centra

únicamente en la aplicación de reglas de derivación, se dificulta la comprensión conceptual del tema. Además, la derivada constituye una herramienta esencial para analizar fenómenos relacionados con la velocidad, la aceleración y la optimización en distintos campos de aplicación.

En la carrera de Criminalística, estos conceptos contribuyen al análisis de fenómenos físicos presentes en áreas como la balística, el estudio de trayectorias y la reconstrucción de eventos, donde la interpretación de procesos de cambio puede aportar información para el análisis técnico de la evidencia. En este contexto, la derivada adquiere un valor formativo que trasciende el aprendizaje de procedimientos matemáticos.

No obstante, cuando la enseñanza se centra en la manipulación simbólica y en la aplicación mecánica de reglas de derivación, la comprensión conceptual del tema puede verse limitada. Por ello, la literatura especializada plantea la conveniencia de incorporar estrategias didácticas que favorezcan el análisis, la interpretación y la resolución de problemas. La evaluación de estas estrategias mediante investigaciones empíricas permite valorar su efecto sobre el aprendizaje y el rendimiento académico de los estudiantes.

2.2.4 *Rendimiento académico*

El rendimiento académico constituye uno de los indicadores más utilizados para evaluar los resultados del proceso de enseñanza-aprendizaje dentro de la educación superior. A través de este indicador es posible analizar el nivel de logro alcanzado por los estudiantes en relación con determinados contenidos, competencias o habilidades desarrolladas durante un período académico.

Diversos autores coinciden en que el rendimiento académico no debe entenderse únicamente como la calificación obtenida en una evaluación, sino como una expresión del nivel de aprendizaje alcanzado por el estudiante durante su proceso de formación. Desde esta perspectiva, el rendimiento académico refleja la comprensión, el análisis y la aplicación de los conocimientos adquiridos, y se encuentra influido por factores de naturaleza cognitiva, metodológica, emocional, social y contextual.

De acuerdo con Garbanzo Vargas (2007), el rendimiento académico constituye un fenómeno complejo y multidimensional en el que intervienen variables relacionadas con el estudiante, el docente, las estrategias de enseñanza, el entorno institucional y las condiciones socioculturales. En consecuencia, el desempeño académico no depende

únicamente de las capacidades individuales, sino también de las oportunidades de aprendizaje y de las experiencias educativas que se desarrollan en el aula.

La literatura señala que una proporción importante de estudiantes universitarios presenta dificultades persistentes en matemáticas, especialmente durante los primeros niveles de formación. Estas dificultades suelen reflejarse en bajos resultados académicos, limitaciones para comprender conceptos y dificultades para aplicar los conocimientos matemáticos en situaciones distintas de los ejercicios rutinarios.

El rendimiento académico en cálculo diferencial puede verse influido por diversos factores, entre ellos las estrategias de enseñanza, los conocimientos matemáticos previos, la motivación, la autoeficacia y la ansiedad matemática. No obstante, los resultados de las investigaciones muestran que el efecto de estos factores puede variar según el contexto educativo y las condiciones en las que se desarrollan los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Asimismo, variables como la motivación, la percepción de autoeficacia y la ansiedad matemática desempeñan un papel importante en el aprendizaje de las matemáticas. Las experiencias previas de dificultad pueden disminuir la confianza del estudiante y reducir su participación durante las actividades académicas, especialmente en asignaturas relacionadas con el cálculo diferencial.

En carreras como Criminalística, el rendimiento académico en matemáticas adquiere una importancia particular debido a que estos conocimientos contribuyen al desarrollo de competencias analíticas y de razonamiento científico necesarias para la formación profesional. Por ello, fortalecer el aprendizaje del cálculo diferencial representa una oportunidad para favorecer el desarrollo de habilidades cuantitativas que resultan pertinentes para el ejercicio de la profesión.

2.2.5 Metodologías activas de enseñanza-aprendizaje

Las metodologías activas comprenden enfoques de enseñanza que promueven una participación más activa del estudiante durante el proceso de aprendizaje. A diferencia de los modelos centrados principalmente en la exposición del docente, estas metodologías consideran que el aprendizaje se fortalece cuando los estudiantes interactúan con problemas, situaciones y actividades que favorecen el análisis, la reflexión y la construcción de conocimientos.

Bonwell y Eison (1991) señalan que el aprendizaje activo requiere que los estudiantes participen en actividades que impliquen analizar, reflexionar y aplicar los contenidos estudiados, en lugar de limitarse a escuchar las explicaciones del docente. Según estos autores, este enfoque favorece el desarrollo del razonamiento, la resolución de problemas y otras habilidades cognitivas de orden superior.

En la educación superior, las metodologías activas han adquirido una presencia cada vez mayor debido a su contribución al desarrollo del pensamiento crítico, la autonomía y la capacidad de análisis. Diversas investigaciones muestran que una participación más activa de los estudiantes puede favorecer el aprendizaje y mejorar el rendimiento académico en comparación con metodologías centradas exclusivamente en la transmisión de contenidos.

En la enseñanza de las matemáticas, estas estrategias adquieren especial importancia porque el aprendizaje de conceptos como los límites y las derivadas requiere interpretar diferentes representaciones matemáticas, establecer relaciones entre conceptos y resolver problemas en distintos contextos. Estos procesos difícilmente se desarrollan únicamente mediante la repetición de procedimientos de cálculo.

En este sentido, el metaanálisis realizado por Freeman et al. (2014) encontró que la aplicación de metodologías activas se asocia con mejoras en el rendimiento académico de los estudiantes de disciplinas STEM. No obstante, los autores también señalan que la magnitud de estos efectos puede variar según las características del contexto educativo, las condiciones de implementación y las características de los estudiantes.

Dentro de las metodologías activas más utilizadas en educación superior destacan el Aprendizaje Basado en Problemas, el aprendizaje colaborativo, el aula invertida y el aprendizaje basado en proyectos. Aunque cada una posee características específicas, todas coinciden en promover participación del estudiante y construcción significativa del conocimiento.

En la presente investigación se considerarán específicamente el Aprendizaje Basado en Problemas y el trabajo colaborativo como estrategias pedagógicas susceptibles de evaluación empírica dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de derivadas. La selección de estas metodologías responde a la necesidad de analizar su posible efecto sobre el rendimiento académico en comparación con un enfoque tradicional de enseñanza.

No obstante, la implementación de metodologías activas también representa desafíos importantes dentro de la educación superior. Su aplicación requiere cambios en la dinámica tradicional del aula, planificación más compleja por parte del docente y participación constante de los estudiantes. Además, en algunos contextos universitarios persiste resistencia frente a modelos pedagógicos distintos a las metodologías tradicionales.

Bajo estas consideraciones, este conjunto de estrategias pedagógicas se perfila como una ruta metodológica con alta solvencia empírica en diversos entornos universitarios. Sin embargo, el consenso de la literatura advierte que su éxito definitivo no es una propiedad intrínseca del método, sino que se comporta como una variable dependiente del contexto institucional, el nivel de rigurosidad operativa y los saberes iniciales del alumnado. De ahí surge la necesidad científica de ejecutar investigaciones controladas que permitan cuantificar de forma estricta y analítica su impacto real sobre el rendimiento académico en muestras y realidades educativas locales bien delimitadas.

2.3 Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

2.3.1 Conceptualización del Aprendizaje Basado en Problemas

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) constituye una de las metodologías activas con mayor desarrollo dentro de la educación superior durante las últimas décadas. Su origen se relaciona con programas de formación médica implementados en universidades canadienses durante la década de 1960, particularmente en la Universidad de McMaster, donde surgió como una alternativa frente a modelos tradicionales centrados exclusivamente en transmisión de contenidos.

Posteriormente, esta metodología comenzó a extenderse hacia distintas áreas del conocimiento debido a los resultados favorables observados en procesos de razonamiento, análisis y resolución de problemas. Actualmente, el ABP se utiliza en disciplinas relacionadas con ciencias, ingeniería, salud, ciencias sociales y educación matemática.

De acuerdo con Barrows (1986), el Aprendizaje Basado en Problemas puede entenderse como una metodología centrada en el estudiante, donde el aprendizaje se desarrolla a partir del análisis y resolución de situaciones problemáticas contextualizadas.

El autor sostiene que el problema constituye el punto de partida del proceso educativo y funciona como elemento motivador para la construcción del conocimiento.

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) propone una secuencia de enseñanza diferente a la del modelo tradicional. En lugar de iniciar con la explicación de los contenidos teóricos, los estudiantes comienzan el proceso de aprendizaje a partir del análisis de una situación problemática que requiere identificar necesidades de información, formular hipótesis, buscar evidencias y plantear posibles soluciones. De esta manera, el aprendizaje se desarrolla mediante la participación del estudiante y la construcción progresiva del conocimiento.

Savery (2015) señala que el Aprendizaje Basado en Problemas puede favorecer el aprendizaje significativo al permitir que los estudiantes construyan conocimientos a partir del análisis de situaciones relacionadas con contextos reales. No obstante, el autor indica que los resultados de esta metodología dependen de aspectos como el diseño de los problemas, la orientación proporcionada por el docente y el grado de participación de los estudiantes durante el proceso de aprendizaje.

Desde una perspectiva constructivista, este enfoque considera que el conocimiento se construye mediante la interacción, la reflexión y el análisis de experiencias de aprendizaje. En este contexto, el docente orienta el proceso como mediador y facilitador, promoviendo espacios en los que los estudiantes analizan problemas, intercambian ideas y elaboran soluciones fundamentadas.

En la educación superior, el ABP ha sido incorporado con el propósito de favorecer el desarrollo de competencias relacionadas con el análisis, la resolución de problemas, la toma de decisiones y el trabajo colaborativo. Sin embargo, la literatura también señala que sus resultados pueden variar según las condiciones de implementación, las características del contexto educativo y el nivel de participación alcanzado por los estudiantes.

En lo que respecta a las disciplinas exactas, este método opera como una estrategia orientada a mitigar la memorización algorítmica mediante el planteamiento de problemas contextualizados. Su incorporación en el cálculo diferencial se proyecta como una alternativa viable para potenciar los procesos de interpretación funcional y la apropiación conceptual; sin embargo, el vector de estos efectos analíticos debe ser cuantificado y validado de manera empírica dentro de realidades áulicas específicas.

Pese a que la evidencia empírica documenta trayectorias favorables asociadas al uso de problemas del mundo real, los metaanálisis advierten que sus impactos distan de ser homogéneos o deterministas. Variables intervinientes como el nivel de capacitación del facilitador, el diseño técnico de los reactivos didácticos, la autoeficacia del estudiante y la cultura institucional actúan como fuentes de variabilidad en el rendimiento final. Por lo tanto, la validez interna y externa de esta propuesta metodológica no puede asumirse a priori, obligando a que su efectividad se evalúe a la luz de datos empíricos derivados de una experimentación controlada y local.

2.3.2 Características del Aprendizaje Basado en Problemas

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) se caracteriza por promover una participación del estudiante durante el proceso de aprendizaje. A diferencia de los modelos tradicionales, en los que el docente concentra la mayor parte de la transmisión de contenidos, el ABP sitúa al estudiante en un papel más activo, favoreciendo el análisis, la búsqueda de información, la argumentación y la resolución de problemas relacionados con situaciones reales.

Una de las principales características de esta metodología es que el aprendizaje se desarrolla a partir del análisis de un problema y no únicamente de la explicación previa de los contenidos. Las situaciones problemáticas planteadas permiten que los estudiantes identifiquen sus necesidades de aprendizaje, integren nuevos conocimientos y comprendan la utilidad de los conceptos antes de su formalización teórica.

Asimismo, el ABP favorece el desarrollo de la autonomía en el aprendizaje. Durante el proceso, los estudiantes deben organizar la información disponible, regular su propio aprendizaje y evaluar su progreso, fortaleciendo habilidades de autorregulación y metacognición que resultan relevantes en la educación superior.

El trabajo colaborativo constituye otro componente esencial de esta metodología. La interacción entre los integrantes del grupo favorece el intercambio de ideas, el análisis de diferentes puntos de vista y la construcción conjunta de soluciones. Para que este proceso sea efectivo, es necesario que exista una participación equilibrada entre los miembros del equipo y una adecuada organización de las actividades propuestas.

Finalmente, el ABP utiliza situaciones contextualizadas que acercan los contenidos académicos a escenarios propios del ámbito profesional. Esta relación entre la

teoría y la práctica puede favorecer la motivación de los estudiantes y facilitar la comprensión de los contenidos, siempre que los problemas planteados sean pertinentes y acordes con su nivel de formación.

2.3.3 Ventajas del Aprendizaje Basado en Problemas

La literatura científica en educación superior atribuye múltiples ventajas instruccionales a la adopción del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). El beneficio medular de este enfoque radica en la consolidación de la comprensión relacional de los conceptos; a diferencia de las metodologías tradicionales que limitan la actividad cognitiva a la memorización procedimental, esta didáctica estimula procesos analíticos y hermenéuticos que permiten al estudiante dotar de un significado sólido a los contenidos curriculares.

Al respecto, el metaanálisis de Dochy et al. (2003) reporta que el alumnado expuesto a entornos de aprendizaje basados en problemas demuestra una mayor capacidad para transferir y extrapolar sus conocimientos a escenarios de alta complejidad, además de evidenciar estructuras conceptuales más profundas y articuladas. No obstante, los autores advierten que estos resultados no son constantes, sino que se comportan como variables dependientes asociadas al diseño instruccional de la intervención, el perfil de entrada de los estudiantes y el ecosistema institucional circundante.

A nivel cognitivo, otra de las virtudes de esta estrategia consiste en la estimulación del razonamiento crítico e inferencial. Al exigir que el estudiante decodifique problemas complejos y estructure soluciones fundamentadas en criterios técnicos, el modelo robustece de forma sistemática las habilidades de análisis, la toma de decisiones informada y la resolución heurística de problemas.

Diversas investigaciones también indican que el Aprendizaje Basado en Problemas puede favorecer la motivación y el compromiso de los estudiantes con su proceso de aprendizaje. Estos efectos suelen ser mayores cuando las situaciones problemáticas guardan relación con contextos significativos para los estudiantes, promoviendo una participación más activa durante las actividades de aprendizaje.

Asimismo, el desarrollo de actividades colaborativas mediante esta metodología contribuye al fortalecimiento de habilidades de comunicación y trabajo en equipo. Para que estos beneficios se alcancen, es importante que las actividades estén adecuadamente

planificadas y que el docente oriente el trabajo de los grupos, facilitando la participación y el desarrollo de las tareas propuestas.

En la enseñanza de las matemáticas, diversos estudios sugieren que el ABP puede favorecer la comprensión de los contenidos y el desarrollo del razonamiento lógico-matemático. No obstante, la literatura también señala que los resultados obtenidos pueden variar según los conocimientos previos de los estudiantes y las condiciones en las que la metodología es implementada.

De forma paralela, la literatura también documenta barreras operativas críticas para la implementación del ABP. Entre las limitaciones reportadas destacan la elevada demanda de tiempo para el diseño curricular, la resistencia al cambio de las dinámicas de cátedra magistral arraigadas y la exigencia de una participación e ininterrumpida por parte del estudiante, lo cual puede generar fricción en grupos acostumbrados a la pasividad receptiva.

En conjunto, la literatura muestra que el Aprendizaje Basado en Problemas constituye una estrategia con potencial para favorecer el aprendizaje en la educación superior. Sin embargo, la evidencia también indica que sus resultados dependen de diversos factores, entre ellos la calidad de la planificación didáctica, el papel del docente como mediador, la participación de los estudiantes y las condiciones del contexto educativo. En este sentido, resulta pertinente continuar desarrollando investigaciones que aporten evidencia empírica sobre los efectos de esta metodología en áreas de formación y contextos institucionales que aún han sido poco estudiados.

2.3.4 Aplicación del ABP en educación matemática

La aplicación del Aprendizaje Basado en Problemas en la enseñanza de las matemáticas ha adquirido mayor relevancia debido a las dificultades que muchos estudiantes presentan en el desarrollo del razonamiento lógico y en la comprensión de conceptos matemáticos.

En este contexto, el Aprendizaje Basado en Problemas centra el proceso de enseñanza en la resolución de situaciones problemáticas que requieren analizar, interpretar y aplicar los conocimientos matemáticos. Este enfoque favorece la relación entre los procedimientos y la comprensión conceptual, al tiempo que promueve el desarrollo de habilidades como la interpretación de problemas, la formulación de

conjeturas, la modelación matemática y el uso de estrategias heurísticas para resolver situaciones contextualizadas.

En sintonía con esta postura, Hiebert y Grouws (2007) argumentan que la competencia matemática se consolida cuando el alumnado asume un rol activo en la decodificación y resolución de problemas de alto esfuerzo cognitivo, distanciándose de la simple réplica imitativa de algoritmos previamente modelados por el docente en el pizarrón. Bajo la perspectiva de estos autores, el desarrollo de la comprensión relacional de los objetos matemáticos depende de diseños pedagógicos enfocados explícitamente en la argumentación lógica y la interpretación formal.

Trasladado al cálculo diferencial, este método se perfila como una alternativa de intervención viable para contrarrestar los persistentes nudos de aprendizaje asociados a la comprensión funcional y la interpretación geométrica de conceptos de frontera como los límites y las derivadas. No obstante, al concebirse como un sistema complejo influenciado por múltiples condiciones de aula, la dirección y la magnitud de su impacto sobre el rendimiento académico deben ser contrastadas mediante un análisis empírico controlado y adaptado a las coordenadas de un contexto institucional específico.

En carreras como Criminalística, la contextualización de problemas matemáticos podría contribuir a que los estudiantes identifiquen posibles relaciones entre contenidos de cálculo diferencial y situaciones vinculadas con el análisis científico y cuantitativo propio de su formación profesional.

Diversas investigaciones reportan resultados favorables asociados a la aplicación del Aprendizaje Basado en Problemas en educación matemática. No obstante, también reconocen que su implementación requiere modificaciones importantes en la dinámica tradicional del aula y una adecuada preparación docente para garantizar su efectividad.

En la presente investigación, el Aprendizaje Basado en Problemas no se consideró una intervención independiente, sino uno de los componentes de la estrategia activa implementada juntamente con el trabajo colaborativo. Por tanto, el estudio permitió valorar el efecto global de esta estrategia combinada frente a la metodología tradicional sobre el rendimiento académico en derivadas, sin estimar de manera separada la contribución de cada componente.

2.4 Trabajo colaborativo

2.4.1 *Conceptualización del trabajo colaborativo*

El trabajo colaborativo es una estrategia de enseñanza basada en la construcción conjunta del conocimiento mediante la interacción entre los estudiantes. A diferencia de las actividades centradas exclusivamente en el trabajo individual, este enfoque promueve el intercambio de ideas, la discusión académica y la cooperación para alcanzar objetivos comunes. En este sentido, el trabajo colaborativo no consiste únicamente en distribuir tareas entre los integrantes de un grupo, sino en generar espacios que favorezcan el análisis, la argumentación y la resolución conjunta de problemas.

En la educación superior, esta metodología ha adquirido mayor relevancia debido a su contribución al desarrollo de competencias como la comunicación, el pensamiento crítico, la toma de decisiones y el trabajo en equipo. Diversos estudios indican que la interacción entre los estudiantes favorece la comprensión de los contenidos al permitir explicar procedimientos, contrastar diferentes puntos de vista y construir soluciones de manera conjunta. Sin embargo, sus resultados dependen de factores como la organización del grupo, la participación de sus integrantes y la calidad de la interacción durante el proceso de aprendizaje.

Johnson y Johnson (1999) definen el aprendizaje colaborativo como una estrategia en la que los estudiantes trabajan de manera conjunta para alcanzar objetivos compartidos, asumiendo responsabilidades individuales y grupales dentro de un contexto de interdependencia positiva. Los autores señalan que este enfoque contribuye tanto al aprendizaje de los contenidos como al desarrollo de habilidades sociales y comunicativas.

Desde la perspectiva sociocultural, Vygotsky (1978) plantea que el aprendizaje se construye inicialmente mediante la interacción social y posteriormente es interiorizado por cada individuo. En este sentido, el intercambio de ideas, el diálogo y la colaboración constituyen elementos fundamentales para favorecer el desarrollo cognitivo y la comprensión de nuevos conocimientos.

En la enseñanza de las matemáticas, el trabajo colaborativo favorece el análisis y la resolución conjunta de problemas, permitiendo que los estudiantes expliquen sus procedimientos, comparen diferentes estrategias de solución y construyan conocimientos

de manera compartida. Estas actividades pueden contribuir al desarrollo del razonamiento matemático y a una mejor comprensión de conceptos propios del cálculo diferencial.

2.4.2 Fundamentos pedagógicos del trabajo colaborativo

Las bases pedagógicas del trabajo colaborativo se sustentan en las corrientes constructivistas y socioculturales del aprendizaje. Desde estas perspectivas, el conocimiento se construye mediante la interacción entre los estudiantes y su participación en actividades de aprendizaje, superando una concepción basada únicamente en la transmisión de contenidos por parte del docente.

En este contexto, Vygotsky (1978) sostiene que el desarrollo cognitivo se produce inicialmente a través de la interacción social y la mediación cultural. Según este autor, el aprendizaje se favorece cuando los estudiantes participan en actividades colaborativas que les permiten intercambiar ideas, compartir experiencias y construir significados de manera conjunta.

Uno de los principales aportes de Vygotsky es el concepto de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), entendido como la distancia entre lo que un estudiante puede resolver de manera independiente y lo que puede lograr con el apoyo de un docente o de compañeros con mayor experiencia. En este sentido, el trabajo colaborativo proporciona oportunidades para que los estudiantes desarrollen nuevas habilidades mediante la interacción y el apoyo mutuo.

Por su parte, Piaget plantea que el aprendizaje implica una reorganización progresiva de las estructuras cognitivas mediante los procesos de asimilación y acomodación. Estos procesos se producen cuando el estudiante confronta nuevas situaciones, reflexiona sobre ellas e incorpora nuevos conocimientos a sus esquemas de pensamiento.

En el trabajo colaborativo, el intercambio de ideas y la discusión entre los integrantes del grupo favorecen estos procesos de aprendizaje, ya que permiten analizar diferentes puntos de vista, argumentar propuestas y construir soluciones de manera conjunta. La calidad de estas interacciones influye en los resultados obtenidos durante el proceso de aprendizaje.

Con base en estos fundamentos, Johnson y Johnson (1999) identifican cinco elementos esenciales del aprendizaje colaborativo: la interdependencia positiva, la

responsabilidad individual, la interacción promotora cara a cara, las habilidades sociales y el procesamiento grupal. La presencia de estos elementos diferencia al trabajo colaborativo de una simple organización de estudiantes en grupos, ya que favorece una participación y el logro de objetivos comunes.

La interdependencia positiva implica que los integrantes del grupo comprendan que el éxito individual depende también del éxito colectivo. La responsabilidad individual, por su parte, garantiza que cada estudiante participe activamente dentro de las actividades académicas.

La interacción promotora favorece procesos de apoyo mutuo y construcción conjunta del conocimiento, mientras que las habilidades sociales permiten fortalecer comunicación, liderazgo y resolución de conflictos dentro del grupo.

2.4.3 Trabajo colaborativo en la enseñanza de matemáticas

La viabilidad práctica del trabajo colaborativo en la enseñanza de las matemáticas constituye un foco de estudio constante en la investigación educativa actual, motivado principalmente por las barreras de aprendizaje que el estudiantado experimenta de manera recurrente en las materias de corte cuantitativo.

Históricamente, la matemática escolar ha priorizado la cátedra expositiva complementada con la ejercitación algorítmica de carácter individual. Diversas perspectivas teóricas señalan que este sesgo instruccional limita drásticamente los espacios para el debate heurístico y la justificación argumentada de procedimientos en el aula, aunque se reconoce que el éxito de cualquier alternativa metodológica está supeditado a las condiciones del entorno y a la fidelidad del diseño didáctico.

Bajo este enfoque, Hiebert y Grouws (2007) sostienen que el desarrollo de la competencia matemática se potencia significativamente cuando los estudiantes se ven obligados a verbalizar sus procesos de resolución, fundamentar lógicamente sus respuestas y contrastar diversas vías de solución. Para estos autores, la socialización del contenido actúa como un soporte que dinamiza el razonamiento formal y la apropiación conceptual.

En este contexto, las estrategias de trabajo colaborativo ofrecen un entorno adecuado para que los estudiantes intercambien ideas, contrasten conjeturas, utilicen diferentes representaciones matemáticas y resuelvan problemas de manera conjunta.

Estas características adquieren especial importancia en asignaturas como el cálculo diferencial, en las que los estudiantes suelen presentar dificultades para comprender conceptos relacionados con la interpretación geométrica de la derivada, la variación de las funciones y el comportamiento de las variables.

Si bien la literatura empírica reporta indicadores de rendimiento favorables vinculados a la interacción grupal en matemáticas, el consenso científico advierte que estos resultados muestran una alta dispersión debido a fuentes de variabilidad como la simetría en la participación de los miembros, la demanda cognitiva de las tareas y el monitoreo del facilitador.

La implementación de dinámicas colaborativas incide de manera directa en la adquisición de destrezas asociadas a la argumentación y la comunicación matemática, con mayor énfasis en aquellos escenarios instruccionales que exigen al estudiante validar y dar cuenta de la validez de sus propios algoritmos de resolución.

De igual forma, el trabajo colaborativo en el aula facilita el anclaje y la transferencia de los objetos matemáticos abstractos mediante el análisis interdisciplinario de problemas del mundo real, facilitando que el alumnado identifique el sentido práctico de las propiedades conceptuales abordadas en clase.

Para el caso de la formación en Criminalística, el diseño de actividades grupales estructuradas representa una oportunidad metodológica para tender puentes entre el instrumental analítico del cálculo y los requerimientos de modelación física y cuantificación empírica necesarios en la práctica forense.

Por el contrario, la investigación educativa también describe desafíos críticos en la gestión de estas metodologías dentro del nivel universitario, tales como la aparición de conductas pasivas o de dominancia cognitiva en los equipos, el sesgo de rechazo hacia las dinámicas no tradicionales y el incremento en la carga de planificación didáctica para el docente.

En síntesis, la cooperación entre pares se consolida como un recurso pedagógico con alta capacidad para incidir positivamente en la comprensión relacional, la competencia argumentativa y el involucramiento estudiantil en matemáticas. No obstante, la evidencia empírica demuestra que su impacto real es el resultado de un sistema multivariable condicionado por la dinámica interna del grupo, la motivación del alumno,

el diseño instruccional y la cultura de la institución, lo que justifica plenamente el desarrollo de estudios locales para contrastar su validez en poblaciones y escenarios académicos específicos.

2.5 Fundamentación pedagógica

2.5.1 *Constructivismo como fundamento del aprendizaje*

El constructivismo constituye uno de los principales enfoques teóricos que sustentan las metodologías activas en la educación. Desde esta perspectiva, el aprendizaje se entiende como un proceso mediante el cual los estudiantes construyen sus conocimientos a partir de la interacción con el entorno, la experiencia y la reflexión sobre sus propias acciones, superando una concepción basada únicamente en la transmisión de contenidos por parte del docente.

En este enfoque, el conocimiento no se transmite de forma directa del docente al estudiante, sino que se construye progresivamente mediante la interpretación, la reflexión y la integración de nuevos aprendizajes con los conocimientos previos. En consecuencia, el aprendizaje adquiere mayor significado cuando los estudiantes participan activamente en actividades como la resolución de problemas, el análisis de situaciones y la discusión de ideas.

Piaget, uno de los principales representantes del constructivismo, sostiene que el desarrollo cognitivo ocurre mediante procesos de adaptación que implican la reorganización de los esquemas mentales. Según este autor, el aprendizaje se produce cuando el estudiante enfrenta situaciones que desafían sus conocimientos previos y lo llevan a modificar o ampliar sus estructuras cognitivas mediante los procesos de asimilación y acomodación.

En la enseñanza de las matemáticas, esta perspectiva resulta especialmente relevante porque el aprendizaje de los conceptos matemáticos requiere comprender relaciones, establecer conexiones entre diferentes representaciones y construir significados más allá de la aplicación mecánica de procedimientos o algoritmos.

En el caso del cálculo diferencial, comprender conceptos como la derivada implica relacionar representaciones algebraicas, gráficas y analíticas, además de interpretar procesos de cambio y variación. Desde el constructivismo, estos aprendizajes pueden

favorecerse mediante actividades que promuevan la resolución de problemas, el análisis y la participación de los estudiantes.

En este contexto, el papel del docente consiste en orientar y acompañar el proceso de aprendizaje, diseñando actividades que favorezcan la exploración, el intercambio de ideas y la construcción conjunta del conocimiento. De esta manera, el aula se convierte en un espacio donde los estudiantes participan activamente en la comprensión de los contenidos y en la resolución de problemas.

En la presente investigación, el constructivismo constituye el fundamento teórico que sustenta el uso del Aprendizaje Basado en Problemas y del trabajo colaborativo como estrategias orientadas a favorecer la participación y la construcción del conocimiento en el aprendizaje de las derivadas.

2.5.2 Aprendizaje significativo

La teoría del aprendizaje significativo se erige como otro de los soportes teóricos determinantes en el diseño de esta investigación. Propuesto originalmente por David Ausubel, este modelo postula que la verdadera apropiación del conocimiento ocurre cuando la nueva información logra integrarse y anclarse de manera no arbitraria en las estructuras cognitivas previas del estudiante.

Desde la perspectiva de Ausubel (2002), el aprendizaje significativo no consiste en la simple memorización de información, sino en la integración de los nuevos conocimientos con los conceptos previos que posee el estudiante, denominados subsumidores. Cuando esta relación se establece de manera adecuada, los nuevos aprendizajes adquieren significado y pueden incorporarse de forma más estable a la estructura cognitiva. En cambio, cuando dicha integración no se produce, el aprendizaje tiende a limitarse a la repetición mecánica de la información, lo que dificulta su comprensión y favorece su olvido.

En la enseñanza de las matemáticas, esta situación se presenta con frecuencia cuando los estudiantes aprenden procedimientos y algoritmos sin comprender los conceptos que los sustentan. Aunque este tipo de aprendizaje puede ser suficiente para resolver ejercicios rutinarios, suele dificultar la interpretación de nuevas situaciones, la comprensión de procesos de cambio y la aplicación de los conocimientos matemáticos en diferentes contextos.

Dentro del cálculo diferencial, el aprendizaje significativo adquiere particular relevancia debido a que contenidos como derivadas requieren integración de múltiples conocimientos previos relacionados con álgebra, funciones y razonamiento funcional. Si estas bases conceptuales no se encuentran adecuadamente desarrolladas, el estudiante suele experimentar dificultades importantes en comprensión matemática.

Ausubel sostiene además que la motivación y disposición para aprender influyen significativamente en construcción de aprendizaje significativo. Cuando el estudiante percibe utilidad y sentido en los contenidos académicos, aumenta la posibilidad de desarrollar comprensión profunda y no únicamente memorización mecánica.

En este sentido, determinadas estrategias pedagógicas orientadas a la participación del estudiante podrían contribuir a favorecer la contextualización del aprendizaje y la construcción de significados alrededor de conceptos matemáticos abstractos.

Un elemento indispensable en la consolidación de aprendizajes significativos radica en la necesidad de contextualizar los objetos de estudio. Cuando el discente logra descifrar la utilidad práctica y el puente de conexión entre los constructos teóricos y las exigencias de su futuro campo laboral, se incrementa notablemente la motivación intrínseca y el compromiso cognitivo hacia la asignatura.

En el trayecto formativo de la carrera de Criminalística, este anclaje situacional adquiere un carácter crítico, dado que el perfil profesional exige el dominio de herramientas orientadas al análisis cuantitativo, el razonamiento empírico y la modelación de fenómenos físicos. Vincular la matemática formal con aplicaciones específicas de la investigación forense no solo valida el sentido práctico de la disciplina, sino que actúa como un andamiaje para potenciar la asimilación conceptual.

Dentro de la presente investigación, el aprendizaje significativo constituye un referente teórico para analizar cómo determinadas estrategias pedagógicas podrían contribuir al fortalecimiento de la comprensión conceptual del tema de derivadas.

2.5.3 Enfoque sociocultural del aprendizaje

El enfoque sociocultural del aprendizaje constituye otro fundamento pedagógico relevante para la presente investigación debido a que destaca la importancia de interacción social dentro de los procesos educativos.

Lev Vygotsky postula que los procesos de aprendizaje se gestan en la intersección dinámica entre el sujeto y su entorno sociohistórico. Bajo esta premisa sociocultural, la adquisición de funciones cognitivas superiores no se agota en la dimensión estrictamente intrapersonal, sino que emerge de manera obligada a través de flujos comunicativos, el intercambio dialógico y la mediación semiótica de la cultura.

Uno de los principales aportes de Vygotsky es el concepto de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), definida como la distancia entre lo que un estudiante puede resolver de manera independiente y lo que puede lograr con el apoyo de un docente o de compañeros con mayor experiencia. Desde esta perspectiva, el aprendizaje colaborativo constituye un espacio de apoyo que favorece el desarrollo de nuevos conocimientos y habilidades mediante la interacción social.

En la enseñanza de las matemáticas, la interacción entre los estudiantes adquiere especial importancia porque muchos procesos de razonamiento se fortalecen mediante la discusión, la argumentación y el intercambio de ideas. Cuando los estudiantes explican sus procedimientos, comparan diferentes estrategias de solución y analizan distintos puntos de vista, se favorece la comprensión conceptual y el desarrollo del razonamiento matemático.

El enfoque sociocultural también destaca el papel del lenguaje en el proceso de aprendizaje. La comunicación académica y la argumentación matemática favorecen el intercambio de ideas, la reorganización del pensamiento y el desarrollo de procesos cognitivos relacionados con la interpretación y el razonamiento lógico.

Dentro de la enseñanza del cálculo diferencial, este aspecto resulta particularmente importante debido a que conceptos como límites y derivadas requieren procesos complejos de interpretación funcional. La participación en actividades colaborativas orientadas a la argumentación y justificación de procedimientos matemáticos podría contribuir al fortalecimiento de la comprensión de contenidos complejos relacionados con el cálculo diferencial.

El enfoque sociocultural también permite comprender que el aprendizaje no ocurre de manera aislada, sino condicionado por factores relacionados con contexto educativo, interacción académica y experiencias previas. En escenarios universitarios heterogéneos, como ocurre en la Extensión San Miguel, la interacción entre estudiantes

puede convertirse en un elemento importante para fortalecer procesos de aprendizaje y disminuir dificultades académicas.

Dentro de la presente investigación, este fundamento pedagógico se relaciona directamente con el trabajo colaborativo implementado dentro de la estrategia activa. Dentro de la presente investigación, este enfoque teórico permite comprender cómo la interacción grupal y la resolución conjunta de problemas pueden constituir elementos relevantes dentro del proceso de aprendizaje matemático.

2.5.4 *Relación entre las metodologías activas y el aprendizaje matemático*

Las metodologías activas mantienen una relación estrecha con los fundamentos pedagógicos previamente analizados debido a que promueven participación estudiantil, construcción significativa del conocimiento e interacción académica dentro del proceso educativo.

Desde el constructivismo, las metodologías activas permiten que el estudiante construya conocimiento mediante análisis y resolución de problemas. Desde el aprendizaje significativo, favorecen conexión entre nuevos contenidos y conocimientos previos. Finalmente, desde el enfoque sociocultural, promueven interacción académica y construcción colectiva del aprendizaje.

En matemáticas, esta integración adquiere especial importancia debido a que el aprendizaje matemático requiere interpretación, razonamiento y comprensión conceptual. La simple memorización de procedimientos resulta insuficiente para desarrollar habilidades relacionadas con análisis funcional y resolución de problemas.

En cálculo diferencial, las metodologías activas han sido propuestas como alternativas orientadas a promover procesos de participación estudiantil y comprensión conceptual más allá de la repetición mecánica de procedimientos matemáticos.

Diversas investigaciones reportan resultados favorables asociados a la implementación de metodologías activas en matemáticas; sin embargo, también señalan que la magnitud de estos efectos depende de factores relacionados con el contexto educativo, las características de los estudiantes y la calidad de implementación de las estrategias pedagógicas.

Dentro de la presente investigación, el Aprendizaje Basado en Problemas y el trabajo colaborativo se articularon como componentes de una única estrategia activa, cuya aplicación fue comparada con una metodología tradicional. Esta integración permitió estructurar una intervención sustentada en la resolución de situaciones problemáticas y en la interacción organizada entre los estudiantes.

El marco teórico desarrollado proporciona el sustento pedagógico para comprender la forma en que ambos componentes se relacionan dentro de la intervención. Su efecto empírico, sin embargo, se analiza de manera conjunta y sobre el rendimiento académico evaluado mediante los instrumentos aplicados, sin atribuir efectos independientes al ABP o al trabajo colaborativo ni asumir una medición integral de la comprensión conceptual de la derivada.

2.6 Fundamentación legal

La presente investigación se sustenta en el marco jurídico que regula la educación superior en el Ecuador. Las disposiciones constitucionales y la normativa vigente establecen principios relacionados con la calidad de la educación, la innovación pedagógica, la investigación y el mejoramiento continuo de los procesos de enseñanza y aprendizaje. En este contexto, dichas normas respaldan el desarrollo de investigaciones orientadas a evaluar estrategias metodológicas que contribuyan al fortalecimiento de los procesos formativos en la educación superior.

2.6.1 Constitución de la República del Ecuador

La Constitución de la República del Ecuador (2008) reconoce a la educación como un derecho de las personas y un deber ineludible e inexcusable del Estado, orientado al desarrollo integral de los ciudadanos. Asimismo, establece principios relacionados con la calidad, la pertinencia y el fortalecimiento del pensamiento crítico y científico. En este marco, la presente investigación se desarrolla en concordancia con estos principios, al evaluar una estrategia metodológica orientada a fortalecer el aprendizaje de las derivadas en estudiantes de educación superior.

2.6.2 Ley Orgánica de Educación Superior (LOES)

Por su parte, la Ley Orgánica de Educación Superior (LOES, 2010) estipula que los centros de formación universitaria tienen el deber de articular la excelencia académica, la producción científica y la innovación pedagógica como pilares transversales de sus

modelos educativos. En concordancia con este precepto legal, esta investigación aporta valor al subsistema de educación superior mediante la producción de datos factuales y verificables acerca del impacto de una estrategia cooperativa orientada a mitigar las brechas de rendimiento en el área de las ciencias exactas.

2.6.3 Reglamento de Régimen Académico

El Reglamento de Régimen Académico (CES, 2022) orienta el desarrollo de procesos de enseñanza centrados en el estudiante y en el fortalecimiento de competencias profesionales. La estrategia pedagógica evaluada en este estudio responde a estos lineamientos al promover una participación de los estudiantes durante el proceso de aprendizaje, cuyo efecto es evaluado mediante un diseño cuasi experimental y procedimientos de análisis estadístico.

CAPÍTULO III

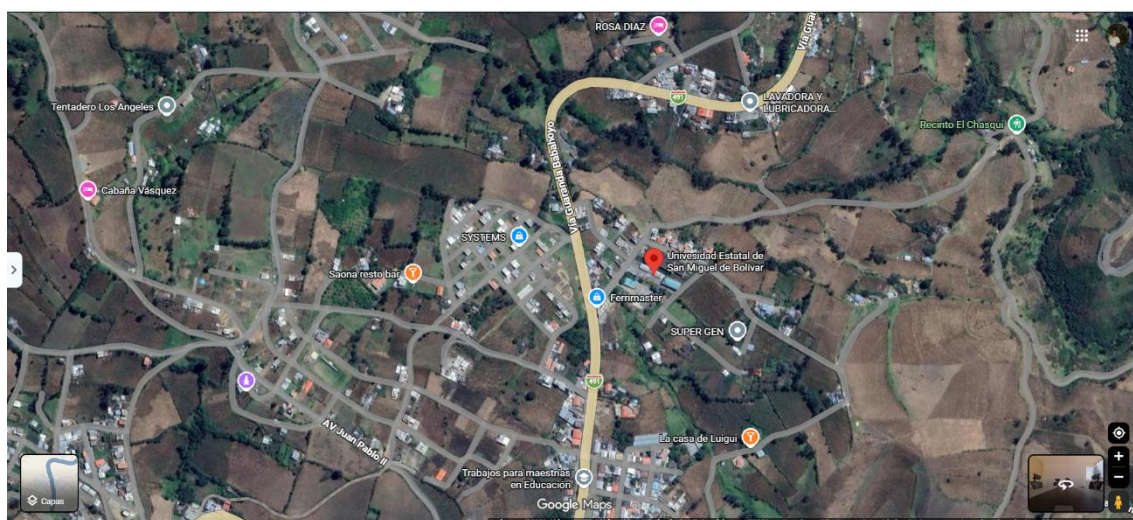
METODOLOGÍA

3.1 Descripción del área de estudio/Grupo de estudio

La presente investigación se desarrolló en la Universidad Estatal de Bolívar (UEB), específicamente en la Extensión Universitaria de San Miguel, ubicada en la avenida General José Gallardo Román y César Jácome Cajiao, cantón San Miguel, provincia de Bolívar, Ecuador. Esta institución de educación superior mantiene una orientación académica enfocada en el fortalecimiento de competencias científicas, analíticas y profesionales dentro de los distintos programas de formación universitaria.

Figura 1

Ubicación de la Universidad Estatal de Bolívar, Extensión Universitaria de San Miguel



Nota. Ubicación geográfica de la Universidad Estatal de Bolívar, Extensión Universitaria de San Miguel, cantón San Miguel, provincia de Bolívar. Tomado de Google Maps (2026).

El estudio se llevó a cabo en la carrera de Criminalística, durante el Período Académico Ordinario PAO II – 2025, en la asignatura de Análisis y Razonamiento Matemático correspondiente al primer semestre de formación universitaria. Esta asignatura constituye uno de los espacios académicos fundamentales dentro de la formación inicial de los estudiantes, debido a que contribuye al desarrollo del razonamiento lógico, análisis cuantitativo y comprensión matemática aplicada a distintos contextos relacionados con su formación profesional.

La investigación se centró exclusivamente en el estudio de las derivadas, debido a que este contenido constituye uno de los temas fundamentales del cálculo diferencial y presenta un elevado nivel de complejidad conceptual en la formación universitaria. Su aprendizaje requiere que los estudiantes comprendan conceptos relacionados con la variación, la tasa de cambio y el comportamiento de las funciones, además de desarrollar procedimientos matemáticos para la resolución de problemas.

La población de estudio estuvo conformada por los estudiantes matriculados en el primer período académico de la carrera de Criminalística. Debido a la organización académica de la institución, los grupos de estudiantes ya se encontraban previamente establecidos, por lo que no fue posible realizar una asignación aleatoria de los participantes. En consecuencia, se optó por un diseño cuasi experimental, utilizando los paralelos existentes como grupo control y grupo experimental.

En este contexto, la investigación trabajó con dos grupos intactos: un grupo control y un grupo experimental. El grupo control recibió clases mediante metodología tradicional, basada principalmente en explicación magistral y resolución convencional de ejercicios. Por otra parte, el grupo experimental trabajó mediante una estrategia activa sustentada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo.

La selección de los grupos respondió a criterios de accesibilidad y organización académica institucional, considerando además que ambos paralelos compartían características similares en cuanto a nivel académico, contenidos programáticos y carga horaria.

La muestra estuvo conformada por estudiantes con edades comprendidas principalmente entre los 18 y los 20 años. Los participantes provenían de diferentes provincias del Ecuador, lo que representó una diversidad en sus trayectorias académicas, formación previa y nivel de preparación en matemáticas. Durante la evaluación inicial se identificaron diferencias en el dominio de conocimientos básicos relacionados con el álgebra, las funciones y otros contenidos necesarios para el aprendizaje de las derivadas.

En relación con el rendimiento en derivadas, la evaluación inicial permitió identificar diferencias en la aplicación de reglas y procedimientos de derivación. Asimismo, algunos estudiantes presentaron dificultades en el desarrollo de los ejercicios

evaluados, relacionadas también con el manejo de operaciones algebraicas necesarias para completar correctamente los procedimientos matemáticos.

Estas condiciones justifican la necesidad de analizar estrategias metodológicas orientadas a fortalecer el rendimiento académico y favorecer procesos de aprendizaje más participativos dentro del aula universitaria.

En relación con el entorno institucional, la Universidad Estatal de Bolívar dispone de espacios físicos y recursos tecnológicos básicos para el desarrollo de actividades académicas vinculadas al proceso investigativo. Asimismo, se contó con la autorización institucional correspondiente para la aplicación de instrumentos y desarrollo de la intervención pedagógica dentro de los paralelos seleccionados.

La investigación se desarrolló en el contexto habitual de las actividades académicas, respetando el cronograma establecido por la institución y los contenidos previstos en el sílabo de la asignatura. Estas condiciones permitieron que la intervención se llevara a cabo en un entorno real de enseñanza, favoreciendo que los resultados reflejaran las condiciones habituales del proceso educativo y fortaleciendo la validez ecológica del estudio.

La selección de la carrera de Criminalística como contexto de investigación respondió al interés de ampliar la evidencia sobre la aplicación de metodologías activas en programas universitarios distintos de las áreas tradicionalmente estudiadas. Aunque la mayoría de las investigaciones sobre enseñanza de las matemáticas se han desarrollado en carreras de ingeniería o ciencias aplicadas, existe un número limitado de estudios en programas como Criminalística, donde el razonamiento lógico, el análisis de información y las competencias cuantitativas desempeñan un papel importante en la formación profesional.

3.2 Enfoque y tipo de investigación

La presente investigación se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo, debido a que se orientó al análisis estadístico del rendimiento académico obtenido por los estudiantes en el tema de derivadas, permitiendo medir, comparar e interpretar los resultados generados a partir de la aplicación de una metodología activa basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo.

El enfoque cuantitativo permitió recopilar información numérica mediante instrumentos de evaluación aplicados antes y después de la intervención pedagógica, facilitando posteriormente el procesamiento y análisis de los datos mediante el lenguaje de programación R y el entorno de desarrollo RStudio. Asimismo, este enfoque permitió aplicar procedimientos estadísticos orientados a determinar si existieron diferencias estadísticamente significativas entre el grupo control y el grupo experimental.

Según Hernández-Sampieri y Mendoza (2018), el enfoque cuantitativo se caracteriza por utilizar la recolección de datos numéricos y el análisis estadístico con la finalidad de probar hipótesis y establecer relaciones entre variables. En este sentido, la investigación buscó analizar el efecto de una estrategia activa de enseñanza sobre el rendimiento académico en derivadas mediante procedimientos estadísticos inferenciales.

El estudio presentó un alcance explicativo, debido a que no solo buscó describir el comportamiento de las variables investigadas, sino también explicar la influencia de una metodología activa sobre el rendimiento académico de los estudiantes. Este tipo de alcance permitió analizar la relación existente entre la variable independiente, correspondiente a la estrategia activa basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo, y la variable dependiente relacionada con el rendimiento académico en derivadas.

Asimismo, la investigación tuvo un carácter comparativo, debido a que se analizaron los resultados obtenidos por dos grupos con metodologías de enseñanza diferentes. El grupo de control trabajó mediante metodología tradicional, mientras que el grupo experimental desarrolló actividades sustentadas en metodologías activas.

En relación con el diseño metodológico, la investigación correspondió a un diseño cuasiexperimental con grupo control no equivalente y mediciones pretest-postest, debido a que los participantes pertenecían a paralelos previamente conformados por la institución, lo que impidió su asignación aleatoria a los grupos de estudio. Este diseño permitió evaluar el efecto de la intervención pedagógica en condiciones reales de aula. Su estructura y características metodológicas se describen con mayor detalle en el apartado Diseño de la investigación.

Bajo este contexto, el diseño cuasi-experimental se erigió como la opción metodológica más viable, dado que facilitó la ejecución de la propuesta didáctica con el

grupo experimental y su confrontación con un grupo de control en condiciones áulicas habituales. De igual modo, la incorporación de reactivos pretest y posttest permitió registrar la línea base de los aprendizajes del estudiantado, lo cual robusteció la validez interna del experimento al posibilitar el uso de técnicas de control estadístico a posteriori; de manera particular, el análisis de covarianza (ANCOVA) sirvió para depurar las asimetrías de partida entre los grupos y aislar el verdadero efecto de la intervención.

La investigación también presentó un corte longitudinal, debido a que el proceso de recopilación de datos se desarrolló en distintos momentos del período académico. Inicialmente se aplicó un pretest para identificar el nivel inicial de conocimientos de los estudiantes; posteriormente se desarrolló la intervención pedagógica y finalmente se aplicó un posttest para evaluar los resultados alcanzados después de la aplicación de la metodología correspondiente a cada grupo.

En cuanto al propósito, el estudio se clasificó como una investigación de carácter aplicado, toda vez que su objetivo central consistió en la producción de conocimiento práctico orientado a intervenir y mitigar un nudo crítico específico: el bajo nivel de desempeño académico en el cálculo de derivadas dentro de la cátedra de Análisis y Razonamiento Matemático.

Desde la dimensión analítica, el diseño metodológico integró de igual forma un componente descriptivo, puesto que facilitó la esquematización del comportamiento académico del estudiantado, haciendo posible el examen pormenorizado de las tendencias, regularidades y variaciones observadas en las calificaciones a lo largo de las distintas fases del experimento.

El análisis estadístico de los datos se realizó mediante el lenguaje de programación R, utilizando procedimientos descriptivos e inferenciales ejecutados a través de scripts reproducibles. Entre los análisis desarrollados se consideraron medidas de tendencia central y dispersión, evaluación de supuestos estadísticos, estimación de tamaños del efecto y pruebas de hipótesis orientadas a determinar diferencias entre los grupos investigados.

En consecuencia, el enfoque y tipo de investigación seleccionados permitieron desarrollar un análisis cuantitativo coherente con los objetivos planteados y con la necesidad de evaluar estadísticamente el efecto de metodologías activas sobre el rendimiento académico en derivadas dentro del contexto universitario.

3.3 Diseño de la investigación

La presente investigación se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo, debido a que permitió recolectar y analizar datos numéricos relacionados con el rendimiento académico de los estudiantes antes y después de la intervención pedagógica.

El estudio correspondió a un diseño cuasiexperimental con grupos no equivalentes, utilizando mediciones de pretest y postest en un grupo control y un grupo experimental. Este diseño fue seleccionado debido a que no fue posible realizar una asignación aleatoria de los participantes a las condiciones experimentales, puesto que se trabajó con grupos académicos previamente conformados dentro de la carrera de Criminalística de la Universidad Estatal de Bolívar.

El grupo control recibió una metodología tradicional de enseñanza, mientras que el grupo experimental participó en una estrategia activa basada en el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y el trabajo colaborativo. Ambos grupos fueron evaluados mediante un pretest aplicado antes de la intervención y un postest administrado al finalizar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La asignación de la intervención se realizó a nivel de paralelo académico y no de manera individual, condición propia de los estudios cuasiexperimentales desarrollados en contextos educativos reales. En consecuencia, los estudiantes de cada grupo compartieron las mismas condiciones institucionales, docentes y académicas durante la implementación de la intervención, aspecto que se considera al interpretar los resultados y delimitar el alcance de las conclusiones.

Este diseño permitió comparar el rendimiento académico inicial de ambos grupos, evaluar los cambios producidos durante el proceso de enseñanza-aprendizaje y estimar el efecto de la estrategia pedagógica sobre el rendimiento académico final mediante un análisis de covarianza (ANCOVA), ajustando las diferencias iniciales observadas en el pretest.

3.3.1 Representación del diseño cuasi experimental

El diseño cuasiexperimental utilizado contempló mediciones pretest y postest en dos grupos previamente conformados, uno experimental y otro control. La estructura general del diseño se presenta en la Tabla 2

Tabla 2*Esquema del diseño cuasi experimental*

Grupo	Pretest	Intervención	Posttest
Grupo experimental	O ₁	X	O ₂
Grupo control	O ₁	—	O ₂

Nota. O₁ = aplicación del pretest para evaluar el nivel inicial de conocimientos sobre derivadas; X = implementación de la estrategia activa basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo; O₂ = aplicación del posttest para evaluar el rendimiento académico posterior a la intervención; — = ausencia de la intervención pedagógica activa.

Elaboración propia.

Donde:

- O₁: Aplicación del pretest para evaluar el nivel inicial de conocimientos sobre derivadas.
- X: Implementación de la estrategia activa basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo.
- O₂: Aplicación del posttest para evaluar el rendimiento académico posterior a la intervención.

El estudio adoptó un diseño cuasi experimental con grupos no equivalentes y mediciones pretest y posttest. El grupo experimental recibió una intervención pedagógica basada en el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y el trabajo colaborativo, mientras que el grupo control desarrolló el proceso de enseñanza mediante una metodología tradicional.

Con el propósito de reducir el posible sesgo de selección, propio de los diseños cuasiexperimentales, se establecieron diferentes medidas de control metodológico. Ambos grupos pertenecían a la misma cohorte académica, cursaban la misma asignatura durante el mismo período lectivo y trabajaron con iguales contenidos, carga horaria y criterios generales de evaluación. Antes de iniciar la intervención se aplicó el mismo pretest a los dos grupos, lo que permitió describir sus condiciones iniciales y examinar si existían diferencias estadísticamente significativas en los conocimientos sobre derivadas. Esta comparación se utilizó como referencia inicial y no como una prueba formal de equivalencia entre los paralelos.

Durante el desarrollo del estudio se mantuvieron condiciones similares en cuanto al tiempo destinado a la enseñanza, los contenidos abordados y el instrumento utilizado para evaluar el aprendizaje. Posteriormente, el puntaje del pretest se incorporó como covariable en el modelo ANCOVA, con el propósito de ajustar estadísticamente las posibles diferencias iniciales y obtener una estimación más precisa de la diferencia observada entre las condiciones de enseñanza.

3.3.2 Control de amenazas a la validez interna

Con la finalidad de fortalecer la validez interna del estudio, se implementaron diversas estrategias metodológicas orientadas a minimizar posibles amenazas que pudieran afectar la interpretación de los resultados obtenidos.

- **Sesgo de selección:** Debido a que los participantes pertenecían a paralelos previamente conformados por la institución, no fue posible realizar una asignación aleatoria individual a las condiciones experimental y de control. Para atender esta característica del diseño, se compararon los puntajes iniciales obtenidos mediante el pretest y, posteriormente, dicho puntaje se incorporó como covariable en el modelo ANCOVA. De esta manera, el análisis consideró las posibles diferencias iniciales entre los grupos sin asumir una equivalencia completa entre los paralelos.
- **Maduración:** La intervención se desarrolló durante un período académico similar para ambos grupos, reduciendo la influencia de cambios naturales asociados al tiempo.
- **Historia:** El grupo control y el grupo experimental estuvieron expuestos a las mismas condiciones institucionales, académicas y curriculares durante el desarrollo de la investigación, disminuyendo la influencia de acontecimientos externos sobre los resultados.
- **Instrumentación:** En ambos grupos se aplicaron los mismos instrumentos de evaluación (pretest y postest), siguiendo procedimientos uniformes de administración, calificación y análisis de los resultados.
- **Mortalidad experimental:** El estudio no registró deserción ni abandono por parte de los sujetos muestrales durante el seguimiento pedagógico, lo que evitó el sesgo por desgaste y garantizó la integridad analítica de las mediciones comparativas planeadas.

3.3.3 Control de amenazas a la validez externa

En relación con la validez externa, se consideraron acciones orientadas a favorecer la aplicabilidad de los resultados obtenidos en contextos educativos con características similares.

- Los participantes pertenecían a grupos reales de estudiantes de primer semestre de la carrera de Criminalística, lo que permitió desarrollar la investigación en condiciones habituales de enseñanza.
- La intervención pedagógica se implementó utilizando los contenidos establecidos en el sílabo oficial de la asignatura Análisis y Razonamiento Matemático, respetando la planificación académica de la institución.
- La estrategia basada en el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y el trabajo colaborativo se diseñó a partir de metodologías ampliamente respaldadas por la literatura científica, lo que facilita su aplicación y replicación en asignaturas de contenido cuantitativo y en contextos universitarios con características similares.

No obstante, debido al carácter cuasi experimental del estudio y al empleo de grupos previamente conformados, la generalización de los resultados debe realizarse con cautela y circunscribirse a poblaciones con características académicas y contextuales similares. En este sentido, los hallazgos aportan evidencia empírica para el contexto investigado y constituyen un referente para futuras investigaciones desarrolladas en escenarios comparables.

3.4 Población y muestra

La población objetivo de la presente investigación estuvo conformada por los estudiantes de primer semestre de la carrera de Criminalística de la Universidad Estatal de Bolívar que cursan la asignatura Análisis y Razonamiento Matemático en los diferentes períodos académicos en los que esta es ofertada. La investigación busca generar evidencia sobre el efecto de una estrategia activa basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo en este tipo de población, más allá de los estudiantes que participaron durante un período académico específico.

La población accesible estuvo conformada por los estudiantes matriculados en la asignatura durante el PAO II-2025, distribuidos institucionalmente en dos paralelos previamente establecidos. Dado que la conformación de estos grupos respondió a criterios

administrativos de la Universidad y no a un proceso de asignación aleatoria, la investigación se desarrolló mediante un diseño cuasi experimental con grupos no equivalentes.

La muestra estuvo integrada por los estudiantes pertenecientes a los dos paralelos disponibles durante el período de estudio, conformando un total de 80 participantes, distribuidos en un grupo control ($n = 40$) y un grupo experimental ($n = 40$). La selección de la muestra correspondió a un muestreo no probabilístico de tipo intencional o por conveniencia, utilizando grupos académicos previamente conformados, procedimiento ampliamente empleado en investigaciones educativas cuasi experimentales cuando la asignación aleatoria de los participantes no resulta viable por razones académicas e institucionales.

Aunque la investigación incluyó a la totalidad de los estudiantes matriculados en los paralelos disponibles durante el período analizado, estos constituyen una muestra accesible de la población objetivo y no una muestra probabilística. En consecuencia, el análisis inferencial se empleó para evaluar el efecto de la intervención pedagógica dentro de la muestra estudiada mediante un modelo ANCOVA ajustado por el rendimiento inicial. Por ello, los resultados deben interpretarse considerando las características del contexto investigado y su generalización a otras poblaciones requiere prudencia.

La distribución de los participantes según el grupo de estudio y la metodología aplicada se presenta en la Tabla 3.

Tabla 3

Distribución de los participantes según grupo de estudio

Grupo	Metodología aplicada	Número de estudiantes
Grupo control	Metodología tradicional	40
Grupo experimental	Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo	40
Total		80

Nota. La distribución corresponde a los 80 estudiantes que participaron en la investigación, organizados en dos grupos previamente conformados. Elaboración propia con base en los datos del estudio.

3.4.1 *Parámetros de interés para la inferencia estadística*

El análisis inferencial se orientó a determinar si la estrategia pedagógica aplicada produjo diferencias en el rendimiento académico final de los estudiantes, una vez considerado el nivel de conocimientos con el que iniciaron el estudio. Para ello se utilizó un modelo de análisis de covarianza (ANCOVA), tomando el puntaje del postest como variable dependiente, el grupo de estudio como factor de comparación y el puntaje obtenido en el pretest como covariable.

Esta elección permitió comparar el desempeño final de los grupos control y experimental ajustando estadísticamente las posibles diferencias iniciales. De esta manera, el efecto asociado a la intervención pudo estimarse con mayor precisión que mediante una comparación directa de los puntajes finales.

La edad se registró como una característica descriptiva de los participantes, pero no se incorporó como covariable en el modelo principal. Esta decisión respondió a que los estudiantes presentaron un rango etario reducido, entre 18 y 20 años, con una desviación estándar de 0,80 años, por lo que la variabilidad de esta característica dentro de la muestra fue limitada. Además, la edad no había sido planteada previamente como una variable de ajuste dentro de las hipótesis del estudio. El ANCOVA se estructuró para controlar principalmente el rendimiento académico inicial mediante el puntaje del pretest, por ser esta la medida directamente relacionada con el desempeño de partida de cada estudiante.

Por esta razón, se mantuvo un modelo parsimonioso y coherente con la pregunta de investigación, utilizando el grupo de estudio como factor y el pretest como covariable. La exclusión de la edad no implica asumir que esta variable carezca de relación con el rendimiento académico, sino únicamente que no formó parte del ajuste definido para el análisis principal.

El modelo utilizado se expresa como:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 G_i + \beta_2 X_i + \epsilon_i$$

donde:

- Y_i : puntaje obtenido por el estudiante i en el postest.
- G_i : indicador del grupo de estudio, codificado como 0 para el grupo control y 1 para el grupo experimental.

- X_i : *puntaje obtenido por el estudiante i en el pretest.*
- β_0 : *intercepto del modelo.*
- β_1 : *diferencia ajustada esperada en el puntaje del posttest entre el grupo experimental y el grupo control, manteniendo constante el puntaje del pretest.*
- β_2 : *cambio esperado en el puntaje del posttest asociado con un incremento de una unidad en el pretest, manteniendo constante el grupo de estudio.*
- ϵ_i : *término de error aleatorio correspondiente al estudiante i, con media cero y varianza constante.*

El parámetro de interés principal fue β_1 , ya que representa la diferencia ajustada entre los grupos después de controlar el rendimiento inicial. Con la codificación utilizada, un valor positivo de este parámetro indica un mayor rendimiento esperado en el grupo experimental. Las hipótesis estadísticas asociadas a este parámetro fueron:

$$H_0: \beta_1 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0$$

La estimación de este parámetro se realizó mediante el modelo ANCOVA y se complementó con intervalos de confianza, medias ajustadas y una medida del tamaño del efecto. De esta manera, la interpretación consideró no solo la significancia estadística, sino también la dirección, precisión y magnitud de la diferencia observada entre los grupos.

Debido a que los participantes no fueron seleccionados mediante un procedimiento probabilístico, la inferencia estadística se interpretó dentro del contexto de la muestra estudiada y bajo los supuestos del modelo utilizado. En este sentido, los valores de significancia y los intervalos de confianza permitieron valorar la evidencia observada en los estudiantes participantes, pero no se asumieron como base para una generalización probabilística irrestricta hacia todos los estudiantes de Criminalística u otras poblaciones universitarias. Por esta razón, el alcance de los resultados se mantiene principalmente en los dos paralelos analizados y en contextos académicos con características similares.

3.5 Definición y operacionalización de variables

La presente investigación consideró dos variables principales: una variable independiente, correspondiente a la estrategia metodológica aplicada durante el proceso

de enseñanza-aprendizaje, y una variable dependiente, relacionada con el rendimiento académico de los estudiantes en el aprendizaje de las derivadas.

La definición y operacionalización de estas variables permitió sustentar teóricamente sus dimensiones, indicadores, técnicas e instrumentos de recolección de datos, facilitando su medición y posterior análisis durante el desarrollo de la investigación.

3.5.1 Variable independiente

Estrategia activa basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo

La variable independiente correspondió a la estrategia metodológica aplicada durante el proceso de enseñanza-aprendizaje del tema de derivadas. Para fines de la investigación se consideraron dos condiciones de enseñanza: una metodología tradicional aplicada al grupo control y una estrategia activa implementada en el grupo experimental.

La estrategia activa integró de manera conjunta el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y el trabajo colaborativo. Estos componentes no se aplicaron como tratamientos independientes, sino como partes articuladas de una misma intervención pedagógica. El ABP organizó la secuencia de trabajo a partir de una situación problemática, cuya resolución implicó identificar la información disponible, analizar posibles estrategias, aplicar los procedimientos matemáticos correspondientes, justificar la solución y socializar los resultados obtenidos.

El trabajo colaborativo definió la dinámica mediante la cual se desarrollaron estas actividades. Los estudiantes se organizaron en equipos de cuatro a cinco integrantes, asumieron funciones específicas, discutieron los procedimientos propuestos, compartieron responsabilidades y construyeron conjuntamente las soluciones. De esta manera, mientras el ABP proporcionó la estructura para abordar y resolver las situaciones planteadas, el trabajo colaborativo permitió desarrollar ese proceso mediante la interacción y participación organizada de los estudiantes.

Por tanto, la intervención experimental fue evaluada como una estrategia combinada de Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo frente a la metodología tradicional. El diseño de la investigación no contempló condiciones separadas para cada uno de estos componentes, por lo que el efecto estimado corresponde a la estrategia activa en su conjunto y no permite determinar de manera independiente la contribución específica del ABP o del trabajo colaborativo. La operacionalización de la variable independiente se presenta en la Tabla 4.

Tabla 4*Operacionalización de la variable independiente*

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Escala de medición	Instrumento
Estrategia activa basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo	Estrategia metodológica centrada en la participación del estudiante, que articula la resolución de situaciones problemáticas con la interacción organizada entre pares durante el aprendizaje de derivadas.	Estrategia implementada durante seis sesiones en el grupo experimental mediante la integración del ABP y el trabajo colaborativo. Ambos componentes conformaron una sola condición pedagógica, comparada con la metodología tradicional aplicada al grupo control.	Aprendizaje Basado en Problemas	• Presentación de una situación problemática como punto de partida. • Identificación de información y conceptos necesarios. • Análisis de posibles estrategias de solución. • Aplicación de procedimientos matemáticos. Justificación de la solución. • Socialización y sistematización de resultados.	Nominal: grupo control / grupo experimental	Protocolo de intervención pedagógica y lista de verificación de fidelidad de implementación
			Trabajo colaborativo	• Organización en equipos de cuatro a cinco estudiantes. • Asignación de funciones dentro del equipo.		

	Interacción entre estudiantes. • Responsabilidad compartida. • Resolución conjunta de las actividades. • Discusión y presentación de los procedimientos desarrollados.	fidelidad de implementación
--	--	--------------------------------

Nota. La variable independiente correspondió a una estrategia activa que integró el Aprendizaje Basado en Problemas y el trabajo colaborativo como una sola condición pedagógica, comparada con la metodología tradicional aplicada al grupo control. Los indicadores permitieron verificar las características previstas de la intervención y su fidelidad de implementación. Elaboración propia.

3.5.2 Variable dependiente

Rendimiento académico en derivadas

La variable dependiente correspondió al rendimiento académico alcanzado por los estudiantes en el tema de derivadas dentro de la asignatura de Análisis y Razonamiento Matemático. Para efectos de esta investigación, su medición se concentró principalmente en el desempeño procedimental relacionado con la aplicación de reglas de derivación y el desarrollo matemático de los ejercicios propuestos.

El rendimiento académico se obtuvo a partir de los puntajes alcanzados en el pretest y el posttest, aplicados antes y después de la intervención pedagógica. Los instrumentos estuvieron conformados por ejercicios de derivación directa, regla del producto, regla del cociente y regla de la cadena, incluyendo expresiones con logaritmos naturales y funciones trigonométricas. Por esta razón, los puntajes obtenidos representan fundamentalmente el dominio procedimental demostrado por los estudiantes en la resolución de este tipo de ejercicios.

Aunque el tema de la derivada comprende también componentes conceptuales, gráficos y de interpretación matemática, estos aspectos no fueron evaluados de manera independiente ni con la amplitud necesaria para considerarlos dimensiones específicas de la medición. En consecuencia, los resultados del estudio deben interpretarse dentro del alcance del instrumento aplicado y no como una valoración integral de todas las dimensiones que intervienen en la comprensión del concepto de derivada.

Cada evaluación estuvo conformada por diez ejercicios y se calificó en una escala de 0 a 10 puntos. Cada ejercicio tuvo un valor máximo de un punto; sin embargo, la valoración consideró también el procedimiento desarrollado. Cuando el estudiante resolvía correctamente una parte del ejercicio, se asignaba un puntaje parcial de manera proporcional al desarrollo matemático alcanzado. Por esta razón, los resultados individuales podían incluir valores decimales dentro de la escala establecida. La operacionalización de la variable dependiente se presenta en la Tabla 5.

Tabla 5*Operacionalización de la variable dependiente*

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Escala de medición	Instrumento
Rendimiento académico en derivadas	Desempeño alcanzado por los estudiantes en actividades evaluativas relacionadas con los contenidos de derivación desarrollados en la asignatura de Análisis y Razonamiento Matemático.	Puntaje obtenido en el pretest y el postest a partir de la resolución de ejercicios relacionados principalmente con la aplicación de reglas y procedimientos de derivación.	Desempeño procedimental	• Aplicación de reglas de derivación directa. • Aplicación de la regla del producto. • Aplicación de la regla del cociente. • Aplicación de la regla de la cadena. • Desarrollo ordenado del procedimiento matemático. • Obtención del resultado correspondiente.	Cuantitativa discreta (0–10, con posibilidad de puntajes decimales derivados de la valoración parcial de los ejercicios).	Pretest y postest sobre derivadas.

Nota. El rendimiento académico en derivadas se midió mediante los puntajes obtenidos en el pretest y el postest, aplicados en una escala de 0 a 10 puntos. La medición se orientó principalmente al desempeño procedimental en la aplicación de reglas de derivación y al desarrollo matemático de los ejercicios propuestos.

El puntaje obtenido en el pretest y el postest se consideró una variable cuantitativa discreta, debido a que se generó a partir de la suma de las puntuaciones asignadas a diez ejercicios. Aunque la escala permitió obtener valores decimales como consecuencia de la calificación parcial de los procedimientos desarrollados, los resultados correspondieron a valores definidos por el sistema de puntuación utilizado. Para el análisis estadístico, estos puntajes fueron tratados como variables numéricas aproximadamente continuas, considerando su rango, la variabilidad observada y el comportamiento de los datos respecto de los supuestos requeridos por los procedimientos aplicados.

La operacionalización presentada permitió establecer con claridad la forma en que fueron consideradas las variables durante el desarrollo de la investigación. En el caso de la variable independiente, los indicadores permitieron delimitar las características de la estrategia activa implementada en el grupo experimental y su diferenciación respecto de la metodología utilizada en el grupo control.

En cuanto a la variable dependiente, los puntajes del pretest y del postest proporcionaron una medida cuantitativa del desempeño de los estudiantes en la resolución de ejercicios de derivación. Debido a las características del instrumento aplicado, esta medida representa principalmente el componente procedimental del rendimiento académico en el tema estudiado. Estos puntajes constituyeron posteriormente la base para estimar el efecto de la estrategia pedagógica mediante el análisis estadístico.

3.6 Procedimientos

El procedimiento de la investigación se organizó en cuatro fases articuladas con los objetivos específicos planteados. En cada fase se definieron las actividades desarrolladas, las técnicas e instrumentos utilizados para la recolección de datos y los procedimientos empleados para su procesamiento y análisis. Esta organización permitió mantener una secuencia metodológica coherente desde la caracterización inicial de los grupos hasta la estimación del efecto de la intervención pedagógica.

3.6.1 Fase 1. Planificación y caracterización inicial de los grupos

Esta fase respondió principalmente al primer objetivo específico, orientado a caracterizar el rendimiento académico inicial de los grupos. Como técnica de recolección de datos se utilizó una prueba de rendimiento aplicada antes de la intervención pedagógica. El instrumento correspondió al pretest conformado por diez ejercicios de

derivación, calificados en una escala de 0 a 10 puntos. Los puntajes obtenidos fueron registrados en una base de datos y posteriormente utilizados para describir el nivel inicial de los estudiantes y evaluar la comparabilidad entre los grupos.

3.6.1.1 Planificación de la investigación

Inicialmente se realizó la revisión bibliográfica relacionada con metodologías activas, aprendizaje matemático, Aprendizaje Basado en Problemas, trabajo colaborativo y rendimiento académico en educación superior. Esta etapa permitió construir el marco teórico y fundamentar metodológicamente la investigación.

Posteriormente, se definieron las variables de estudio, los instrumentos de evaluación y el diseño metodológico utilizado durante el proceso investigativo.

Asimismo, se coordinó con la institución y los grupos participantes para organizar el desarrollo de la investigación dentro de la asignatura de Análisis y Razonamiento Matemático.

3.6.1.2 Conformación de los grupos de estudio

La investigación se desarrolló con estudiantes de primer semestre de la carrera de Criminalística de la Universidad Estatal de Bolívar, Extensión San Miguel.

Los participantes pertenecían a dos paralelos académicos que ya habían sido organizados por la institución antes de empezar la investigación. Por lo tanto, la distribución de los estudiantes en los grupos no la decidimos nosotros como investigadores, sino que dependió completamente de la planificación y distribución académica que ya tenía establecida la universidad.

Dado que esta característica es propia de los diseños cuasiexperimentales, se implementaron estrategias para fortalecer la validez interna del estudio. Para fortalecer la validez interna del diseño, se verificó inicialmente la comparabilidad entre los grupos y posteriormente se controlaron las diferencias basales mediante el modelo ANCOVA.

En este contexto, se trabajó con dos grupos intactos:

- Grupo control
- Grupo experimental

El grupo control desarrolló las clases mediante una metodología tradicional, mientras que el grupo experimental participó en una estrategia activa fundamentada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo.

3.6.1.3 Aplicación del pretest

Previo al desarrollo de la intervención pedagógica, se aplicó un pretest a los estudiantes de los grupos control y experimental con el propósito de obtener una medida inicial de su desempeño en la resolución de ejercicios correspondientes a los contenidos de derivación incluidos en el instrumento. La prueba se administró en condiciones similares para los dos paralelos y permitió contar con un puntaje inicial que posteriormente fue utilizado tanto para la comparación de los grupos como para el ajuste estadístico mediante el modelo ANCOVA.

El instrumento correspondió a una evaluación de conocimientos elaborada y aprobada en el ámbito de la cátedra, de acuerdo con la planificación académica y en ejercicio de la libertad de cátedra. Su contenido se estableció a partir de los temas previstos en el sílabo y trabajados en la asignatura. No se realizó un proceso independiente de validación psicométrica ni un juicio formal de expertos; por tanto, la pertinencia de su contenido se sustentó en la correspondencia entre los ejercicios planteados, los contenidos desarrollados y los resultados de aprendizaje previstos para el tema de derivadas.

La prueba estuvo conformada por diez ejercicios: tres de derivación directa, dos correspondientes a la regla del producto, dos relacionados con la regla del cociente, dos de regla de la cadena aplicados a expresiones que incluían multiplicaciones, divisiones y logaritmos naturales, y uno de regla de la cadena aplicado a funciones trigonométricas. De esta manera, la evaluación incorporó ejercicios con distintos niveles de desarrollo procedimental dentro de los contenidos abordados durante la intervención.

Cada ejercicio tuvo un valor máximo de un punto. Cuando el procedimiento y el resultado eran correctos se asignaba el punto completo. Si el estudiante desarrollaba correctamente solo una parte del ejercicio, se otorgaba un puntaje parcial de manera proporcional al procedimiento realizado, considerando la regla de derivación empleada, la continuidad lógica del desarrollo matemático y el resultado alcanzado. Cuando no existía un procedimiento correcto que pudiera ser valorado, el ejercicio recibía cero puntos. La calificación final correspondió a la suma de los diez ejercicios, por lo que podían obtenerse valores decimales entre 0 y 10.

Los mismos criterios de calificación fueron aplicados a los dos grupos y en ambos momentos de evaluación. Además, la prueba utilizada en el pretest fue la misma que posteriormente se aplicó como postest, lo que permitió comparar directamente los cambios registrados antes y después de la intervención.

Por las características de los ejercicios incluidos, el puntaje obtenido se interpretó principalmente como una medida del desempeño procedimental en la aplicación de reglas de derivación. En consecuencia, el pretest no fue utilizado como una medida independiente de dimensiones como la interpretación geométrica, la representación gráfica o la comprensión conceptual integral de la derivada.

3.6.1.4 Consideraciones sobre la validez y confiabilidad del instrumento

La evaluación utilizada como pretest y postest fue elaborada en el contexto de la asignatura y su contenido se definió a partir de los temas establecidos en el sílabo para el estudio de las derivadas. La correspondencia se estableció entre los ejercicios planteados, los contenidos desarrollados durante las clases y los resultados de aprendizaje previstos. Sin embargo, el instrumento no fue sometido previamente a un proceso formal de validación de contenido mediante juicio de expertos ni a una validación psicométrica independiente. Por esta razón, esta correspondencia curricular se considera un sustento académico del contenido evaluado, pero no debe interpretarse como evidencia de una validación psicométrica formal.

En cuanto a la confiabilidad, al finalizar el proceso académico se conservaron en la base de datos los puntajes totales obtenidos por cada estudiante en el pretest y el postest, pero no las puntuaciones desagregadas correspondientes a cada uno de los diez ejercicios. Esta característica impide estimar retrospectivamente un coeficiente de consistencia interna, debido a que medidas como el alfa de Cronbach requieren disponer de las puntuaciones individuales de los componentes que integran el instrumento (Tavakol y Dennick, 2011). Calcular este coeficiente únicamente a partir de la calificación total no resultaría metodológicamente adecuado.

Tampoco se estimó el coeficiente KR-20. Además de no disponer de la matriz de respuestas por ejercicio, la evaluación permitió asignar puntajes parciales de acuerdo con el procedimiento matemático desarrollado por el estudiante, por lo que los ejercicios no fueron calificados exclusivamente de manera dicotómica como correcto o incorrecto. En consecuencia, no se consideró apropiado reconstruir posteriormente las respuestas ni

transformar los resultados con el único propósito de obtener un indicador de confiabilidad que no correspondiera a la forma en que el instrumento fue realmente aplicado y calificado.

Esta situación constituye una limitación metodológica del estudio y debe considerarse al interpretar los resultados. Los puntajes obtenidos permiten analizar el desempeño de los estudiantes bajo un mismo instrumento y criterios uniformes de calificación, pero no permiten afirmar que la prueba cuente con propiedades psicométricas formalmente establecidas.

3.6.2 Fase 2. Implementación y seguimiento de la intervención pedagógica

Esta fase comprendió la implementación de las dos condiciones de enseñanza y el seguimiento de su aplicación durante las seis sesiones previstas. Para ello se utilizaron como técnicas la observación del desarrollo de las clases y el seguimiento de las actividades realizadas por los estudiantes. Como instrumentos se emplearon el protocolo de intervención pedagógica, las actividades planificadas para cada grupo y la lista de verificación de fidelidad de implementación, con el propósito de mantener la diferenciación metodológica entre el grupo control y el grupo experimental.

Las actividades de enseñanza del grupo control y del grupo experimental estuvieron a cargo del mismo docente durante las seis sesiones consideradas en la investigación. Esto permitió mantener criterios comunes en aspectos como la secuencia de los contenidos, el tiempo destinado a las clases, la aplicación de las evaluaciones y la conducción general del proceso de enseñanza. La diferencia entre los dos grupos se concentró en la metodología utilizada para desarrollar las actividades de aprendizaje.

A partir de esta condición, la intervención se organizó de manera diferenciada para cada grupo. Se definieron previamente las actividades, la dinámica de trabajo en el aula y los roles que asumirían el docente y los estudiantes, procurando que ambos grupos abordaran los mismos contenidos y dispusieran de condiciones académicas semejantes durante el período de estudio.

La intervención se desarrolló en condiciones habituales de aula, dentro de la asignatura de Análisis y Razonamiento Matemático y de acuerdo con los contenidos previstos en la planificación académica. Ambos grupos abordaron los mismos contenidos matemáticos y dispusieron del mismo tiempo de intervención. La diferencia didáctica

planificada estuvo en la metodología utilizada: el grupo control trabajó mediante una dinámica predominantemente expositiva y de práctica individual, mientras que el grupo experimental desarrolló las actividades mediante Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo.

3.6.2.1 Metodología tradicional (grupo control)

La metodología tradicional se aplicó en el grupo control y se caracterizó por una enseñanza centrada sobre todo en la explicación del docente, el desarrollo guiado de ejercicios y la práctica individual de procedimientos matemáticos. En este caso, el docente asumió el rol principal de expositor y conductor de la clase, mientras que los estudiantes tuvieron un rol predominantemente receptivo, para luego resolver de forma individual los ejercicios propuestos por el docente.

Las sesiones comenzaban con una explicación conceptual breve sobre el contenido correspondiente, seguida de la presentación de reglas, fórmulas y procedimientos para resolver ejercicios de derivación. Después, el docente resolvía ejemplos en la pizarra o mediante recursos de apoyo, explicando paso a paso el procedimiento matemático. Luego, los estudiantes desarrollaban ejercicios similares de manera individual, con una retroalimentación puntual por parte del docente cuando surgían dudas.

Esta metodología incluyó actividades como la exposición magistral, la resolución de ejercicios modelo, la práctica individual, la revisión de respuestas y la corrección de errores comunes. La evaluación formativa se realizó mediante preguntas directas, la revisión de ejercicios en clase y la observación del desempeño durante el trabajo individual.

En esta condición no se organizaron grupos de trabajo estables, no se plantearon problemas contextualizados como el eje de la clase y tampoco se utilizaron dinámicas colaborativas estructuradas. Su único propósito fue representar la forma convencional de enseñanza del tema de derivadas, funcionando como la condición de comparación frente a la estrategia activa.

3.6.2.2 Estrategia activa basada en ABP y trabajo colaborativo (grupo experimental)

La estrategia activa se aplicó al grupo experimental y se basó en la combinación del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y el trabajo colaborativo. En este grupo, el aprendizaje se organizó a partir de situaciones problemáticas relacionadas con el uso de derivadas, buscando que los estudiantes participaran de forma activa en el análisis, la discusión y la resolución de los ejercicios.

El docente asumió el rol de facilitador del aprendizaje. Su función principal fue presentar el problema, guiar la discusión, hacer preguntas clave, observar el trabajo de los equipos y retroalimentar los procedimientos que desarrollaban los estudiantes. A diferencia de la metodología tradicional, la explicación del docente no fue el centro de la clase, sino un apoyo para organizar, aclarar y consolidar los aprendizajes construidos durante la actividad.

Los estudiantes trabajaron en equipos de cuatro a cinco integrantes. Cada equipo resolvió problemas relacionados con las reglas de derivación, la interpretación de procedimientos, la variación de funciones y las aplicaciones básicas del concepto de derivada. Para favorecer la participación de todos los integrantes, se asignaron diferentes funciones dentro de cada equipo, como coordinador, relator, responsable del procedimiento, verificador de resultados y expositor.

Cada sesión inició con la presentación de una situación problemática o de un ejercicio contextualizado. Posteriormente, los estudiantes identificaron la información relevante, discutieron posibles estrategias de solución, aplicaron las reglas de derivación y justificaron los procedimientos empleados. Finalmente, cada equipo presentó sus resultados y el docente realizó una retroalimentación general, aclarando conceptos, corrigiendo errores y reforzando los procedimientos adecuados.

La estrategia incluyó resolución colaborativa de problemas, discusión de procedimientos, exposición breve de soluciones por parte de los estudiantes, uso de preguntas orientadoras y retroalimentación grupal. La evaluación formativa se realizó mediante observación del trabajo colaborativo, revisión de productos grupales, participación oral y análisis de los procedimientos matemáticos desarrollados.

3.6.2.3 Comparación metodológica entre el grupo control y el grupo experimental

Las diferencias operativas entre la metodología aplicada al grupo control y la estrategia activa desarrollada con el grupo experimental se resumen en la Tabla 6.

Tabla 6

Comparación metodológica entre el grupo control y el grupo experimental

Componente	Grupo experimental	
	Grupo control (metodología tradicional)	(Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo)
Enfoque de enseñanza	Predominio de la explicación del docente y la práctica procedimental	Resolución activa y colaborativa de problemas
Rol del docente	Expositor, orientador de procedimientos y retroalimentador	Facilitador, orientador y retroalimentador
Rol del estudiante	Receptor de explicaciones y ejecutor individual de ejercicios	Participante activo en el análisis y resolución de problemas
Organización del aula	Predominio del trabajo individual	Equipos de cuatro a cinco estudiantes
Inicio de la clase	Explicación conceptual y presentación de procedimientos	Presentación de una situación problemática
Desarrollo	Explicación, ejemplos guiados y práctica individual	Discusión, resolución colaborativa y argumentación
Tipo de actividades	Ejercicios de práctica procedimental	Problemas y ejercicios contextualizados
Interacción predominante	Docente-estudiante	Estudiante-estudiante y docente-equipo
Evaluación formativa	Revisión de ejercicios y retroalimentación individual	Observación del trabajo, socialización y retroalimentación grupal

Producto de clase	Ejercicios desarrollados individualmente	Solución grupal argumentada
-------------------	--	-----------------------------

Nota. La comparación presenta los principales componentes que diferenciaron las condiciones de enseñanza aplicadas durante las seis sesiones de intervención. El grupo control trabajó mediante una metodología predominantemente expositiva y de práctica individual, mientras que el grupo experimental desarrolló actividades basadas en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo. Elaboración propia.

3.6.2.4 Secuencia didáctica de la intervención

La intervención se organizó en seis sesiones distribuidas durante el período de estudio. Cada sesión tuvo una duración aproximada de dos horas académicas, de acuerdo con la planificación establecida para la asignatura de Análisis y Razonamiento Matemático.

Durante las seis sesiones ambos grupos abordaron los mismos contenidos curriculares; sin embargo, las estrategias didácticas implementadas fueron diferentes de acuerdo con la metodología asignada a cada grupo. La secuencia general de la intervención se presenta en la Tabla 7.

Tabla 7
Secuencia didáctica de la intervención pedagógica

Sesión	Contenido	Grupo control	Grupo experimental
1	Introducción a la derivada como razón de cambio	Explicación conceptual y ejercicios directos	Problema inicial sobre cambio y variación; discusión grupal
2	Reglas básicas de derivación	Presentación de reglas y práctica individual	Resolución colaborativa de ejercicios guiados
3	Derivada de funciones polinómicas	Ejercicios modelo y práctica individual	Problemas por equipos y socialización de procedimientos
4	Derivada de productos y cocientes	Explicación y práctica guiada	Análisis de procedimientos y resolución grupal de casos

		Resolución	
5	Aplicaciones básicas de la derivada	individual de Problemas contextualizados de ejercicios y análisis colaborativo aplicación	
6	Integración y refuerzo	Revisión general y ejercicios individuales	Actividad colaborativa de integración y retroalimentación final

Nota. La tabla resume la secuencia de contenidos y las actividades desarrolladas durante las seis sesiones de intervención. Ambos grupos abordaron los mismos contenidos curriculares, diferenciándose en la metodología aplicada durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. Elaboración propia.

3.6.2.5 Estructura de una sesión en el grupo control

Las sesiones del grupo control mantuvieron una dinámica centrada principalmente en la explicación del docente y la práctica individual. De manera general, el desarrollo de cada sesión siguió la siguiente secuencia:

1. Presentación del tema correspondiente.
2. Explicación de conceptos, reglas o procedimientos matemáticos.
3. Resolución de ejemplos guiados en la pizarra.
4. Desarrollo individual de ejercicios por parte de los estudiantes.
5. Revisión de respuestas y retroalimentación sobre los procedimientos empleados.
6. Desarrollo de actividades de refuerzo.

Esta organización permitió mantener una dinámica de enseñanza convencional, en la que la explicación, la demostración de procedimientos y la práctica individual constituyeron los principales elementos de trabajo.

3.6.2.6 Estructura de una sesión en el grupo experimental

En el grupo experimental, las sesiones se organizaron a partir de una dinámica activa basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo. Aunque la naturaleza de las actividades varió de acuerdo con el contenido de cada sesión, se mantuvo la siguiente secuencia general:

1. Presentación de una situación problemática relacionada con el contenido de derivadas.

2. Organización de los estudiantes en equipos de trabajo.
3. Identificación de la información disponible, los conceptos necesarios y las posibles estrategias de solución.
4. Resolución colaborativa de la situación planteada.
5. Socialización y discusión de los procedimientos desarrollados.
6. Retroalimentación del docente.
7. Sistematización de los aprendizajes y cierre conceptual.

Esta dinámica buscó promover una mayor participación de los estudiantes durante la resolución de los problemas, así como espacios para discutir procedimientos, contrastar resultados y construir soluciones de manera conjunta.

3.6.2.7 Recursos e instrumentos asociados a la intervención

Durante el desarrollo del estudio se utilizaron recursos e instrumentos vinculados tanto con la evaluación del rendimiento académico como con las actividades desarrolladas en cada condición de enseñanza. Su función dentro del proceso se resume en la Tabla 8.

Tabla 8

Recursos e instrumentos asociados al desarrollo de la intervención pedagógica

Recurso o instrumento	Propósito	Grupo de aplicación
Pretest	Establecer el nivel inicial de rendimiento académico en el tema de derivadas	Control y experimental
Actividades de práctica individual	Orientar la aplicación de conceptos y procedimientos matemáticos	Control
Situaciones problemáticas y actividades ABP	Orientar el análisis y la resolución colaborativa de problemas	Experimental
Actividades de socialización y retroalimentación	Favorecer la discusión de procedimientos y la revisión de las soluciones desarrolladas	Experimental

Postest	Evaluar el rendimiento académico alcanzado después de la intervención	Control y experimental
---------	---	------------------------

Nota. Se presentan los principales recursos e instrumentos utilizados durante las distintas etapas de la intervención pedagógica.

El pretest y el postest fueron aplicados a ambos grupos para obtener las mediciones inicial y final del rendimiento académico, mientras que las actividades de práctica individual correspondieron al grupo control y las situaciones problemáticas, actividades de ABP y socialización se desarrollaron con el grupo experimental. Elaboración propia.

3.6.2.8 Seguimiento de la diferenciación metodológica

Durante el desarrollo de la intervención se consideraron criterios orientados a mantener la diferenciación prevista entre las dos condiciones de enseñanza. El propósito fue evitar que las actividades características de la estrategia activa se incorporaran de manera sistemática al grupo control y, al mismo tiempo, conservar en ambos grupos los elementos comunes de la planificación académica.

Los principales criterios considerados durante la implementación se presentan en la Tabla 9.

Tabla 9

Criterios de fidelidad considerados durante la implementación

Criterio de fidelidad	Grupo control	Grupo experimental
Desarrollo del contenido previsto para cada sesión	Aplica	Aplica
Mantenimiento del tiempo previsto para las actividades	Aplica	Aplica
Desarrollo de la metodología establecida para cada condición	Aplica	Aplica
Predominio de actividades individuales	Aplica	No aplica
Organización de equipos de trabajo	No aplica	Aplica
Presentación de situaciones problemáticas como punto de partida	No aplica	Aplica

Resolución colaborativa y discusión de procedimientos	No aplica	Aplica
Retroalimentación del docente	Aplica	Aplica

Nota. Los criterios de fidelidad se utilizaron para verificar que cada grupo mantuviera las condiciones metodológicas previstas durante las seis sesiones de intervención. Los aspectos comunes se conservaron en ambos grupos, mientras que las actividades individuales caracterizaron principalmente al grupo control y las actividades colaborativas y basadas en problemas al grupo experimental. Elaboración propia.

3.6.2.9 Control de contaminación entre grupos

Debido a que la investigación se desarrolló en un contexto real de aula, se consideró la posibilidad de contaminación entre los grupos durante la intervención. Para reducir este riesgo, las actividades específicas del grupo experimental se desarrollaron únicamente durante sus sesiones de clase. Asimismo, los materiales de trabajo colaborativo y las guías de problemas se utilizaron exclusivamente con dicho grupo y no fueron compartidos con el grupo control durante el período de intervención.

También se mantuvieron la misma secuencia general de contenidos y el mismo tiempo de trabajo para ambos grupos. Estas medidas buscaron reducir diferencias relacionadas con la extensión de los contenidos o con la duración de la intervención. No obstante, al tratarse de paralelos previamente conformados, no se asumió que estas acciones eliminaran por completo otras diferencias propias del contexto de cada grupo.

3.6.2.10 Criterios de implementación equivalente

Para asegurar una comparación metodológicamente válida, se mantuvieron constantes varios aspectos comunes entre ambos grupos. Estos criterios de implementación equivalente se presentan en la Tabla 10.

Tabla 10

Aspectos comunes considerados durante la implementación en ambos grupos

Aspecto controlado	Criterio aplicado
Contenido matemático	Ambos grupos abordaron los contenidos correspondientes al tema de derivadas
Secuencia temática	Se mantuvo la misma secuencia general de contenidos

Tiempo de intervención	Ambos grupos participaron en seis sesiones de duración equivalente
Evaluación	Se utilizaron mediciones pretest y postest expresadas en una escala de 0 a 10
Condiciones institucionales	Las actividades se desarrollaron en el contexto habitual de aula
Nivel académico	Ambos grupos correspondieron a estudiantes de primer semestre de la carrera de Criminalística

Nota. Los criterios presentados corresponden a las condiciones que se mantuvieron equivalentes en ambos grupos durante la intervención, con el propósito de reducir diferencias ajenas a la metodología de enseñanza aplicada. Se conservaron los mismos contenidos matemáticos, secuencia temática, tiempo de intervención, esquema de evaluación, condiciones institucionales y nivel académico de los participantes. Elaboración propia.

Durante las seis sesiones se realizó el seguimiento de las condiciones previstas para cada grupo. No se registraron desviaciones respecto de la planificación establecida. El grupo control mantuvo la dinámica de enseñanza prevista para esta condición, mientras que en el grupo experimental se desarrollaron las actividades basadas en problemas y el trabajo colaborativo de acuerdo con lo programado. En ambos grupos se conservaron los mismos contenidos, la secuencia temática, el tiempo destinado a las clases y las condiciones generales de evaluación. De esta manera, la diferencia metodológica prevista entre los dos grupos se mantuvo durante el desarrollo de la intervención.

En consecuencia, la diferencia central entre los grupos no estuvo en el contenido evaluado ni en el tiempo de enseñanza, sino en la metodología aplicada durante el proceso de aprendizaje.

3.6.3 Fase 3. Medición posterior y organización de los datos

Una vez finalizadas las seis sesiones de intervención, se aplicó el postest a los estudiantes de los grupos control y experimental. Esta medición permitió obtener el puntaje final de cada participante y observar los cambios registrados en su desempeño respecto de la evaluación inicial.

Para mantener condiciones comparables entre los dos momentos de medición, se utilizó el mismo instrumento aplicado en el pretest, bajo los mismos criterios de calificación y en una escala de 0 a 10 puntos. De esta manera, la comparación entre ambas mediciones se realizó sobre los mismos contenidos y procedimientos de derivación evaluados antes de iniciar la intervención.

Al igual que en el pretest, los resultados del posttest representan principalmente el desempeño procedimental de los estudiantes en la aplicación de las reglas de derivación consideradas en el instrumento. Por tanto, estos puntajes fueron utilizados para analizar el cambio producido durante el período de estudio y para estimar posteriormente el efecto de la estrategia pedagógica mediante el análisis estadístico correspondiente.

3.6.4 Fase 4. Procesamiento y análisis estadístico de los resultados

La información obtenida mediante el pretest y el posttest se organizó, depuró y codificó en una base de datos estructurada. El procesamiento se realizó mediante el lenguaje de programación R, utilizando RStudio como entorno de trabajo. Para mantener la trazabilidad del análisis, los procedimientos se ejecutaron mediante scripts reproducibles, desde la importación y revisión de los datos hasta la generación de tablas, figuras y resultados estadísticos. Los scripts utilizados se incorporan en los anexos de la investigación.

En una primera etapa se realizó la descripción de los datos. Para las variables cuantitativas se calcularon la media, desviación estándar, mediana, primer y tercer cuartil, rango intercuartílico y valores mínimo y máximo. Estas medidas se complementaron con diagramas de cajas, lo que permitió observar la distribución de los puntajes y reconocer posibles valores atípicos.

Aunque los puntajes del pretest y posttest corresponden a variables cuantitativas discretas por su forma de construcción, para los análisis basados en el modelo lineal se trabajaron como variables numéricas aproximadamente continuas. Esta decisión se sustentó en la variabilidad observada de los puntajes y en la revisión posterior de los supuestos correspondientes a cada procedimiento estadístico.

La comparación inicial de los grupos se realizó a partir de los puntajes obtenidos en el pretest. Posteriormente, para estudiar el cambio ocurrido dentro de cada grupo, se analizaron las diferencias entre el pretest y el posttest. La normalidad de estas diferencias

se evaluó mediante la prueba de Shapiro-Wilk y, al no encontrarse evidencia suficiente para rechazar este supuesto en ninguno de los grupos, se empleó la prueba t para muestras relacionadas.

Para complementar este análisis se calculó el tamaño del efecto d_z de Cohen para medidas relacionadas. Primero se obtuvo, para cada estudiante, la diferencia entre el puntaje del posttest y el pretest:

$$D_i = \text{Posttest}_i - \text{Pretest}_i$$

donde D_i representa el cambio observado en el estudiante i .

$$d_z = \frac{\bar{D}}{s_D}$$

donde $\bar{D}$ corresponde a la media de las diferencias entre el posttest y el pretest, mientras que s_D representa la desviación estándar de esas diferencias. De esta manera, d_z expresa el cambio promedio estandarizado dentro de cada grupo utilizando como referencia la variabilidad de las puntuaciones de cambio.

Debido a esta forma de cálculo, su magnitud debe interpretarse específicamente como un tamaño del efecto para mediciones relacionadas. Por tanto, sus valores no son directamente equivalentes a una d de Cohen calculada para grupos independientes ni permiten, por sí solos, concluir que el cambio de un grupo fue estadísticamente mayor que el del otro. La comparación principal entre las condiciones de enseñanza se realizó posteriormente mediante el modelo ANCOVA.

El análisis principal se desarrolló mediante un modelo de análisis de covarianza (ANCOVA), considerando el puntaje del posttest como variable dependiente, el grupo de estudio como factor y el puntaje del pretest como covariable. La edad se utilizó únicamente para caracterizar descriptivamente a los participantes y no se incorporó al modelo como covariable. Su rango fue reducido en la muestra estudiada y no había sido definida previamente como una variable de ajuste; por ello, el modelo principal se mantuvo centrado en el control del rendimiento basal mediante el pretest.

Antes de interpretar el modelo, sus supuestos se revisaron de manera independiente de aquellos utilizados en las comparaciones pretest–posttest. En particular, se examinó la relación lineal entre el pretest y el posttest, la homogeneidad de las pendientes de regresión mediante la interacción entre el pretest y el grupo, la normalidad

de los residuos mediante la prueba de Shapiro-Wilk y el gráfico Q-Q, y la homocedasticidad a partir del gráfico de residuos frente a valores ajustados. La prueba de Levene se utilizó como comprobación complementaria de la homogeneidad de varianzas entre los grupos.

La independencia de las observaciones se consideró a partir de las características propias del diseño. Debido a que los estudiantes pertenecían a dos paralelos previamente conformados, este supuesto no puede asumirse en términos equivalentes a una asignación individual completamente aleatoria. Por esta razón, los resultados del modelo se interpretaron teniendo presente la posible dependencia asociada al contexto compartido dentro de cada paralelo.

También se examinó la posible influencia de observaciones individuales mediante la distancia de Cook. Como criterio de cribado se utilizó $4/n$. Los casos que superaron este valor fueron considerados potencialmente influyentes, pero no se eliminaron automáticamente del análisis. El ANCOVA principal se estimó con los 80 participantes y, de manera complementaria, se realizó un análisis de sensibilidad excluyendo temporalmente los casos señalados por este criterio. Esta comprobación permitió valorar si la conclusión principal del modelo dependía de dichas observaciones.

Los resultados del ANCOVA se expresaron mediante el estadístico F, los valores de significancia, la eta cuadrado parcial (η^2_p), las medias y la diferencia ajustadas entre los grupos, acompañada de su intervalo de confianza del 95 %. De esta forma, la interpretación consideró no solo la existencia de diferencias estadísticamente significativas, sino también su dirección, precisión y magnitud.

Todas las decisiones estadísticas se realizaron con un nivel de significancia de $\alpha = 0,05$. La interpretación final integró los valores de significancia, los intervalos de confianza, los tamaños del efecto y los diagnósticos del modelo, evitando sustentar las conclusiones únicamente en el valor de p.

Además, los valores de p y los intervalos de confianza obtenidos se interpretaron considerando que la muestra fue seleccionada de manera no probabilística y estuvo conformada por grupos académicos previamente establecidos. En consecuencia, estos resultados se utilizaron para analizar la evidencia estadística encontrada dentro de la muestra observada y bajo el modelo planteado, sin asumir que representan estimaciones probabilísticamente generalizables a toda la población objetivo.

3.7 Consideraciones bioéticas

La presente investigación se desarrolló respetando los principios éticos de autonomía, confidencialidad, beneficencia e integridad científica, garantizando en todo momento el respeto por los derechos de los participantes y el uso responsable de la información recopilada durante el proceso investigativo.

Antes del inicio de la intervención pedagógica, los estudiantes fueron informados sobre los objetivos de la investigación, su finalidad académica y el uso de la información exclusivamente con fines científicos y educativos. La intervención se desarrolló dentro del contexto habitual de la asignatura Análisis y Razonamiento Matemático, sin modificar la planificación académica ni interferir con el desarrollo normal del proceso de enseñanza-aprendizaje.

La información obtenida mediante el pretest y el posttest fue tratada con estricta confidencialidad. Para el procesamiento estadístico en R se empleó una base de datos codificada, en la que se omitieron nombres y cualquier otra información que permitiera identificar individualmente a los participantes.

Durante el desarrollo de la investigación no se aplicaron procedimientos que implicaran riesgos físicos, psicológicos, sociales o académicos para los estudiantes. La estrategia pedagógica implementada constituyó una actividad propia del proceso formativo y tuvo como finalidad fortalecer el aprendizaje del tema de derivadas mediante metodologías activas de enseñanza.

Asimismo, el análisis estadístico se realizó siguiendo criterios de objetividad, transparencia y rigor científico. La selección de los procedimientos estadísticos respondió a los objetivos de la investigación y a las características de los datos, procurando que las conclusiones obtenidas se fundamentaran exclusivamente en la evidencia empírica generada durante el estudio.

Finalmente, la investigación respetó los principios de honestidad académica, confidencialidad de la información, uso responsable de los datos y correcta citación de las fuentes consultadas, garantizando la integridad científica durante todas las etapas del proceso investigativo.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Introducción al análisis de resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos a partir del diseño cuasiexperimental desarrollado en la investigación. El análisis se orientó a examinar el comportamiento del rendimiento académico de los estudiantes y a establecer si, después de la intervención, se presentaron diferencias entre el grupo que trabajó con una metodología tradicional y el grupo que participó en la estrategia activa que integró el Aprendizaje Basado en Problemas y el trabajo colaborativo como una sola condición de intervención.

El procesamiento de la información se realizó mediante el lenguaje de programación R, utilizando RStudio como entorno de trabajo. Los procedimientos estadísticos se ejecutaron a través de scripts reproducibles, lo que permitió mantener la trazabilidad del análisis desde la organización de la base de datos hasta la generación de las tablas, figuras y resultados estadísticos.

En una primera etapa se realizó una descripción general de las variables mediante medidas de tendencia central, dispersión y posición. Este análisis se complementó con representaciones gráficas que permitieron observar la distribución de los puntajes, su variabilidad y la posible presencia de valores atípicos. Después se compararon las condiciones iniciales de los grupos y los cambios registrados entre el pretest y el posttest.

La investigación contó con 80 estudiantes, distribuidos en dos paralelos de 40 participantes cada uno. Uno correspondió al grupo control, que desarrolló las actividades mediante una metodología tradicional, mientras que el otro conformó el grupo experimental y trabajó con una estrategia basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo.

De acuerdo con el alcance del instrumento aplicado, los puntajes analizados representan principalmente el desempeño procedimental de los estudiantes en la resolución de ejercicios correspondientes a las reglas de derivación evaluadas. Por esta razón, los resultados que se presentan a continuación deben interpretarse dentro de este

alcance y no como una medición integral de todas las dimensiones conceptuales asociadas a la derivada.

La comparación principal entre los grupos se realizó mediante un análisis de covarianza (ANCOVA). En este modelo se utilizó el puntaje del postest como variable dependiente, el grupo de estudio como factor y el puntaje del pretest como covariable. Esto permitió comparar el rendimiento final de ambos grupos considerando el nivel de desempeño que presentaban antes de la intervención.

Antes de interpretar los resultados del modelo se revisaron los supuestos estadísticos correspondientes. Además de los valores de significancia, se consideraron los intervalos de confianza, las medidas del tamaño del efecto y las medias ajustadas, con el propósito de tener una lectura más completa de los resultados.

Las decisiones inferenciales se realizaron con un nivel de significancia de $\alpha = 0,05$. La interpretación no se basó únicamente en el valor de p, sino que tomó en cuenta de manera conjunta los intervalos de confianza, los tamaños del efecto y los diagnósticos obtenidos para el modelo.

En los siguientes apartados se presenta primero la situación inicial de los grupos, luego los cambios observados entre el pretest y el postest y, finalmente, los resultados del ANCOVA. De esta manera, se busca establecer si el comportamiento encontrado en los datos es consistente con un resultado favorable de la estrategia aplicada, considerando las características propias del diseño cuasiexperimental.

4.2 Caracterización inicial de los grupos de estudio

Antes de analizar el efecto de la estrategia pedagógica, se revisaron las características generales de los participantes y el comportamiento de los puntajes obtenidos durante el estudio. Este análisis permitió tener una primera visión de los datos y, especialmente, conocer las condiciones académicas con las que iniciaron los grupos control y experimental.

Para esta caracterización se utilizaron medidas de tendencia central, dispersión y posición. También se consideraron los valores mínimos y máximos, con el propósito de observar con mayor detalle la variabilidad presente en los resultados. Los estadísticos descriptivos generales de las variables analizadas se presentan en la Tabla 11.

Tabla 11*Estadísticos descriptivos generales de las variables analizadas*

Variable	N	Media	DE	Mediana	Q1	Q3	Mínimo	Máximo
Diferencia	80	1.89	1.13	1.79	1.14	2.76	-0.34	5.50
Edad	80	18.81	0.80	19.00	18.00	19.00	18.00	20.00
Mejora porcentual	80	34.98	22.16	36.03	20.87	47.89	-5.65	124.15
Posttest	80	7.56	1.74	7.69	6.01	9.00	4.25	10.00
Pretest	80	5.67	1.33	5.70	4.54	6.53	2.83	9.15

Nota. DE = desviación estándar; Q1 = primer cuartil; Q3 = tercer cuartil. La variable diferencia corresponde al cambio entre el posttest y el pretest, mientras que la mejora porcentual expresa dicho cambio con relación al puntaje inicial. Elaboración propia a partir de los datos del estudio.

De manera general, los 80 estudiantes presentaron una edad media de 18,81 años, con una desviación estándar de 0,80 y un rango comprendido entre 18 y 20 años. Esto muestra que la edad fue una característica bastante homogénea dentro del grupo estudiado.

En relación con el rendimiento académico, la media del pretest fue de 5,67 puntos, mientras que en el posttest alcanzó 7,56 puntos. La diferencia promedio entre las dos mediciones fue de 1,89 puntos. Por su parte, la mejora porcentual presentó una media de 34,98 %, aunque con una dispersión mayor, pues los valores oscilaron entre -5,65 % y 124,15 %. Estos resultados permiten observar un incremento general en las puntuaciones al finalizar el proceso, aunque todavía sin diferenciar lo ocurrido en cada grupo.

Por esta razón, se realizó posteriormente la descripción por separado del grupo control y del grupo experimental. Los estadísticos descriptivos del rendimiento académico según grupo de estudio se presentan en la Tabla 12.

Tabla 12*Estadísticos descriptivos del rendimiento académico por grupo*

Grupo	Variable	N	Media	DE	Mediana	Q1	Q3	Mínimo	Máximo
Control	Diferencia	40	1.26	0.79	1.31	0.75	1.87	-0.34	2.71

Grupo	Variable	N	Media	DE	Mediana	Q1	Q3	Mínimo	Máximo
Control	Mejora porcentual	40	22.85	13.90	28.14	14.62	33.84	-5.65	42.48
Control	Postest	40	6.89	1.67	6.58	5.54	8.34	4.42	10.00
Control	Pretest	40	5.63	1.32	5.52	4.52	6.55	3.75	9.15
Experimental	Diferencia	40	2.53	1.07	2.78	1.66	3.19	-0.15	5.50
Experimental	Mejora porcentual	40	47.12	22.34	47.95	39.39	58.32	-2.63	124.15
Experimental	Postest	40	8.23	1.56	8.71	7.32	9.24	4.25	10.00
Experimental	Pretest	40	5.71	1.36	5.71	4.88	6.51	2.83	8.84

Nota. DE = desviación estándar; Q1 = primer cuartil; Q3 = tercer cuartil. La variable diferencia corresponde al cambio entre el postest y el pretest, mientras que la mejora porcentual expresa dicho cambio con relación al puntaje inicial. Cada grupo estuvo conformado por 40 estudiantes. Elaboración propia a partir de los datos procesados en R.

El análisis descriptivo por grupos muestra que los estudiantes del grupo control y del grupo experimental iniciaron el estudio con un desempeño muy similar en los ejercicios evaluados. El grupo control obtuvo una media de 5,63 puntos en el pretest, mientras que el grupo experimental alcanzó 5,71 puntos. Las medianas y la dispersión también fueron semejantes, lo que muestra que, al inicio de la investigación, no se observaban diferencias importantes entre ambos grupos en los puntajes obtenidos.

La dispersión de las puntuaciones iniciales tampoco muestra diferencias marcadas. En el grupo control, el primer y tercer cuartil fueron 4,52 y 6,55, respectivamente; en el grupo experimental estos valores fueron 4,88 y 6,51. Por tanto, desde una primera lectura de los datos, los grupos presentaban un comportamiento bastante similar antes de comenzar la intervención.

En el postest la situación fue distinta. El grupo control alcanzó una media de 6,89 puntos, mientras que el grupo experimental obtuvo 8,23 puntos. Esta diferencia también se observa en el cambio registrado entre ambas mediciones: el incremento medio fue de 1,26 puntos en el grupo control y de 2,53 puntos en el experimental. La mejora porcentual

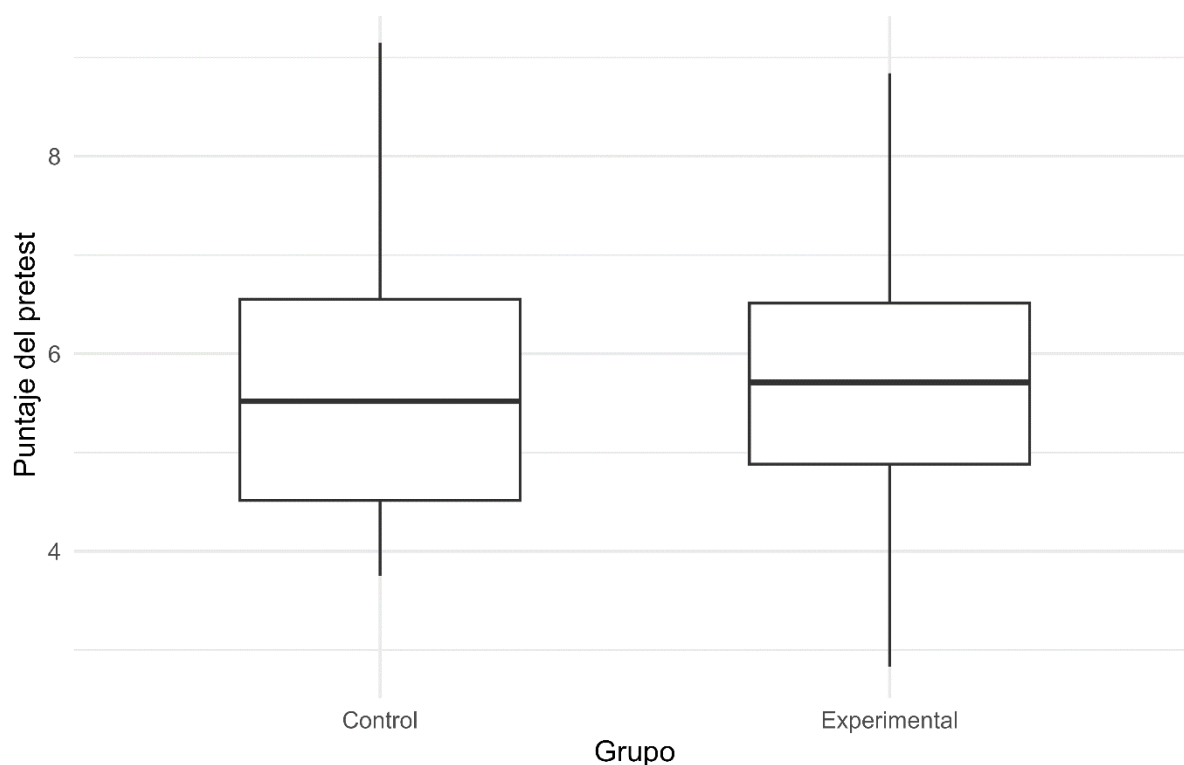
media siguió la misma tendencia, con 22,85 % para el grupo control y 47,12 % para el grupo experimental.

En conjunto, estos valores muestran una mejora en los dos grupos, aunque el incremento fue mayor en el grupo que trabajó con la estrategia activa basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo. En esta etapa, sin embargo, se trata únicamente de una comparación descriptiva y no permite, por sí sola, establecer el efecto de la intervención. Esta estimación se realizó posteriormente mediante el modelo ANCOVA, controlando estadísticamente el puntaje obtenido en el pretest.

Para complementar la caracterización del rendimiento inicial, la distribución de los puntajes del pretest según el grupo de estudio se presenta en la Figura 1.

Figura 2

Distribución de los puntajes del pretest por grupo.



Nota. Elaboración propia a partir de los datos obtenidos en la investigación, procesados en R.

Como se observa en la Figura 1, las medianas de ambos grupos se encuentran próximas y las cajas presentan amplitudes similares, por lo que visualmente no se aprecia una diferencia marcada en el rendimiento inicial. Aunque existen variaciones individuales

en los puntajes, la distribución general muestra un comportamiento semejante antes de aplicar la estrategia pedagógica.

Para complementar esta revisión descriptiva, se compararon estadísticamente los puntajes obtenidos en el pretest entre ambos grupos. Los resultados de esta comparación se presentan en la Tabla 13.

Tabla 13

Comparación inicial entre grupos mediante prueba t para muestras independientes

Comparación	Dif. medias	IC95 % inf.	IC95 % sup.	t	gl	p	d
Experimental - Control	0.072	-0.524	0.669	0.241	77.94	0.810	0.054

Nota. La diferencia se calculó como grupo experimental menos grupo control. IC 95 % = intervalo de confianza del 95 %; gl = grados de libertad; d = tamaño del efecto de Cohen. Elaboración propia a partir de los datos procesados en R.

La diferencia media entre los grupos fue de 0,072 puntos a favor del grupo experimental. Esta diferencia fue pequeña y no resultó estadísticamente significativa, $t = 0,241$; $gl = 77,94$; $p = 0,810$. El intervalo de confianza del 95 % se extendió desde -0,524 hasta 0,669, por lo que incluyó el valor cero. Además, el tamaño del efecto fue muy reducido ($d = 0,054$).

En conjunto, la información descriptiva y la comparación inicial no muestran evidencia de una diferencia relevante en el rendimiento académico entre los grupos antes de la intervención. Esto favorece la comparación posterior, aunque no debe interpretarse como una demostración de equivalencia completa entre los paralelos, debido a que se trabajó con grupos previamente conformados y no con una asignación aleatoria individual.

Por esta razón, el puntaje del pretest se incorporó posteriormente como covariable en el modelo ANCOVA. De esta manera fue posible estimar la diferencia en el rendimiento final entre los grupos considerando el nivel académico con el que cada estudiante inició el estudio.

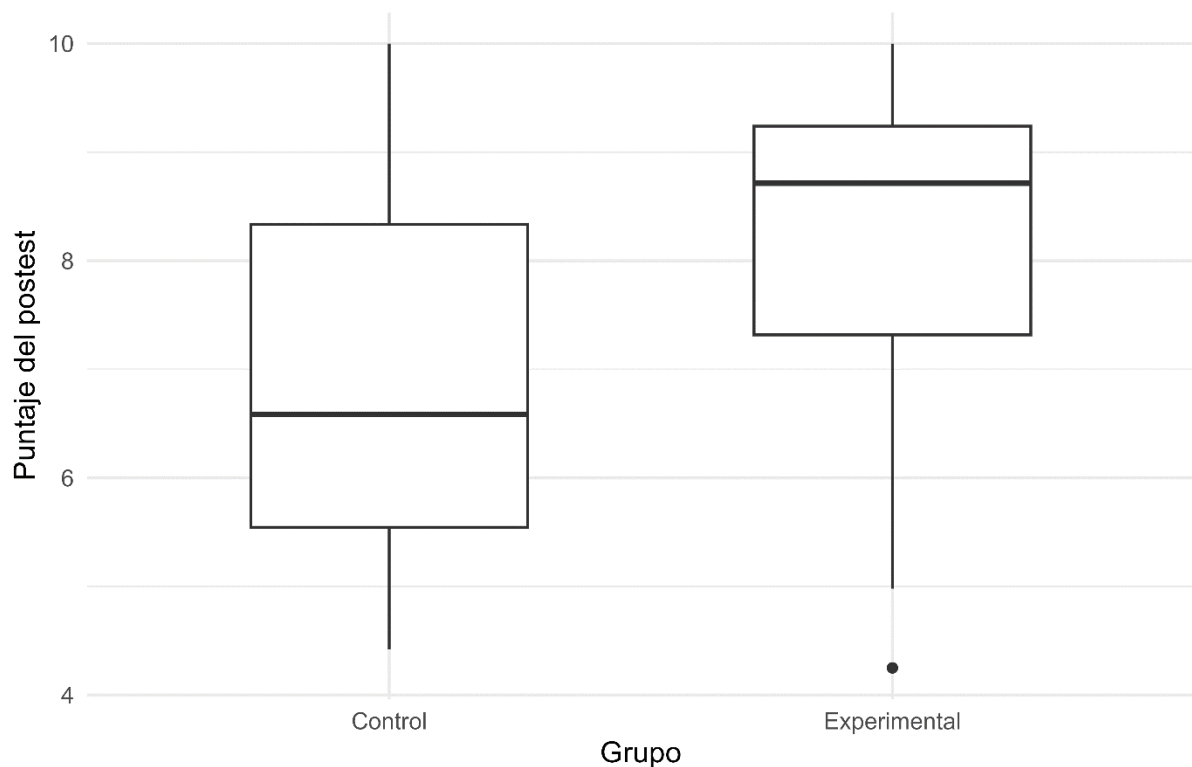
4.3 Cambios en el rendimiento académico después de la intervención

Después de revisar las condiciones iniciales de los dos grupos, se analizó el cambio registrado entre el pretest y el postest. En esta parte el interés estuvo en observar lo ocurrido dentro de cada grupo durante el período de estudio, antes de realizar la comparación ajustada entre las dos condiciones de enseñanza.

La Figura 2 presenta la distribución de los puntajes obtenidos en el postest. A diferencia de lo observado al inicio del estudio, al finalizar la intervención se aprecia una mayor separación entre los grupos

Figura 3

Distribución de los puntajes del postest por grupo



Nota. Elaboración propia a partir de los datos obtenidos en la investigación, procesados en R.

En el grupo control, los puntajes se concentran principalmente en valores intermedios de la escala, mientras que en el grupo experimental se observa un desplazamiento hacia puntuaciones más altas. La mediana también fue mayor en este último grupo. En términos descriptivos, el comportamiento de los grupos al finalizar el proceso fue diferente al observado inicialmente.

También se identifica un puntaje bajo dentro del grupo experimental. Este valor no fue eliminado del análisis y se consideró posteriormente dentro de los diagnósticos del modelo, junto con las demás observaciones potencialmente influyentes.

Antes de analizar los cambios ocurridos dentro de cada grupo, se revisó la normalidad de las diferencias entre el posttest y el pretest. Para el grupo control, la prueba de Shapiro-Wilk presentó un valor de $W = 0,972$ y $p = 0,412$, mientras que para el grupo experimental se obtuvo $W = 0,967$ y $p = 0,279$. En ambos casos, los valores de p fueron mayores que 0,05, por lo que no se encontró evidencia suficiente para rechazar el supuesto de normalidad de las diferencias.

A partir de estos resultados, el cambio entre el pretest y el posttest se analizó mediante la prueba t para muestras relacionadas en los dos grupos. Junto con la significancia estadística, se calculó el tamaño del efecto d_z de Cohen, con el propósito de valorar la magnitud del cambio registrado. Los resultados de estas comparaciones se presentan en la Tabla 14.

Tabla 14

Cambios en el rendimiento académico dentro de cada grupo

Grupo	Prueba	Cambio	IC95	IC95	Estadístico	gl	p	Efecto
			% inf.	% sup.				
Control	t para muestras relacionadas	1.255	1.001	1.509	9.996	39	< 0.001	$d_z = 1.581$
Experimental	t para muestras relacionadas	2.526	2.184	2.867	14.970	39	< 0.001	$d_z = 2.367$

Nota. El cambio corresponde a la diferencia entre el posttest y el pretest. IC 95 % = intervalo de confianza del 95 %; gl = grados de libertad; d_z = tamaño del efecto de Cohen para medidas relacionadas, calculado a partir de la media y la desviación estándar de las diferencias. Elaboración propia a partir de los datos procesados en R.

Los resultados muestran que en el grupo control se produjo un aumento estadísticamente significativo de los puntajes después del proceso de enseñanza. El incremento promedio entre el pretest y el posttest fue de 1,255 puntos (IC95 %: 1,001–

1,509), con $t(39) = 9,996$ y $p < 0,001$. El valor obtenido para el tamaño del efecto fue $d_z = 1,581$, lo que refleja una variación estandarizada considerable dentro de este grupo. Su magnitud debe interpretarse teniendo presente que d_z utiliza como denominador la desviación estándar de las diferencias entre las dos mediciones.

En el grupo experimental, la diferencia promedio entre el pretest y el posttest alcanzó 2,526 puntos (IC95 %: 2,184–2,867), con $t(39) = 14,970$ y $p < 0,001$. En este grupo se obtuvo un valor de $d_z = 2,367$, que igualmente representa un cambio estandarizado considerable entre las mediciones realizadas. Este resultado describe la magnitud del cambio ocurrido dentro del grupo experimental y no debe interpretarse, de manera aislada, como una prueba de que su cambio fue estadísticamente mayor que el registrado en el grupo control.

Aunque el valor de d_z fue numéricamente mayor en el grupo experimental, los tamaños del efecto calculados en esta sección corresponden a comparaciones intragrupo. Por tanto, no fueron utilizados como contraste estadístico directo entre ambas condiciones de enseñanza. La diferencia entre el grupo experimental y el grupo control se estimó posteriormente mediante el modelo ANCOVA, ajustando el resultado final por el puntaje obtenido en el pretest.

4.4 Efecto de la intervención pedagógica sobre el rendimiento académico en derivadas

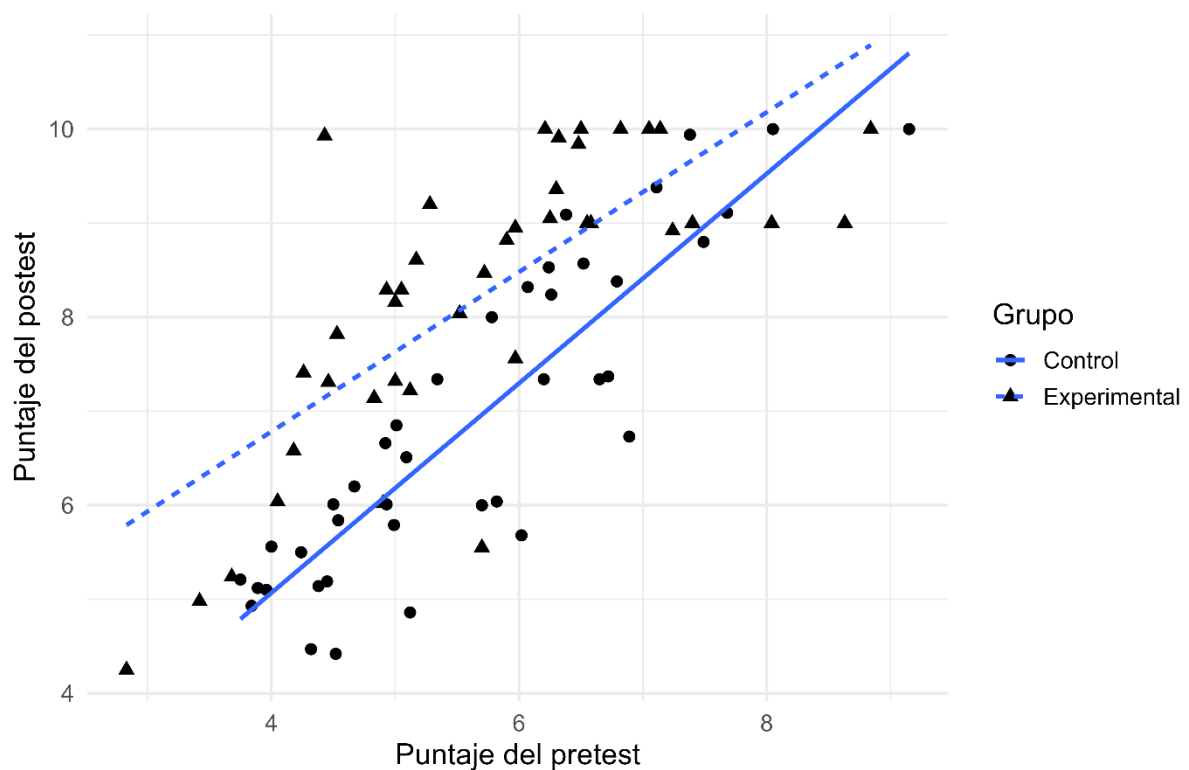
Una vez analizados los cambios registrados dentro de cada grupo, se estimó el efecto de la intervención mediante un análisis de covarianza (ANCOVA). El puntaje del posttest se consideró como variable dependiente, el grupo de estudio como factor y el puntaje obtenido en el pretest como covariable. De esta manera, la comparación entre las dos condiciones de enseñanza se realizó controlando estadísticamente el desempeño inicial de los estudiantes.

En este análisis, el grupo experimental representa la estrategia activa aplicada de manera conjunta mediante Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo. Como ambos componentes formaron parte de una misma condición de intervención y no se incorporaron grupos independientes para cada uno de ellos, el efecto estimado por el modelo corresponde a la estrategia combinada en su conjunto. Por tanto, los resultados no permiten establecer de manera separada cuánto del efecto observado corresponde específicamente al ABP y cuánto al trabajo colaborativo.

Antes de interpretar el modelo se revisaron los supuestos correspondientes al ANCOVA. La linealidad entre el pretest y el posttest se examinó gráficamente, mientras que la homogeneidad de las pendientes de regresión se evaluó mediante la interacción entre el pretest y el grupo. También se revisó la normalidad de los residuos, la homocedasticidad y la posible presencia de observaciones influyentes. La independencia de las observaciones se consideró a partir de las características del diseño cuasiexperimental y del uso de dos paralelos previamente conformados. La relación entre los puntajes del pretest y el posttest para cada grupo se presenta en la Figura 3.

Figura 4

Relación entre el pretest y el posttest según el grupo



Nota. Los puntos representan los puntajes individuales de los estudiantes y las líneas corresponden al ajuste lineal para cada grupo. Elaboración propia a partir de los datos obtenidos en la investigación, procesados en R.

En la Figura 3 se aprecia una relación positiva entre el rendimiento inicial y el rendimiento alcanzado al finalizar la intervención. En términos generales, los estudiantes con mejores resultados en el pretest también tendieron a obtener puntuaciones más altas en el posttest. La relación presenta un comportamiento aproximadamente lineal en ambos

grupos, aunque las puntuaciones del grupo experimental se ubican, en buena parte del recorrido, por encima de las correspondientes al grupo control.

Esta revisión gráfica se complementó con la evaluación estadística de los supuestos y los diagnósticos requeridos para el modelo ANCOVA, cuyos resultados se resumen en la Tabla 15.

Tabla 15*Verificación de los supuestos y diagnóstico del modelo ANCOVA*

Supuesto	Estadístico	<i>p</i>	Decisión
Linealidad entre pretest y posttest	Inspección gráfica de la relación pretest–posttest por grupo	—	Se observó una relación aproximadamente lineal
Homogeneidad de pendientes de regresión	Interacción pretest $\times$ grupo: $t = -1,676$	0,098	No se encontró evidencia de pendientes diferentes entre los grupos
Normalidad de los residuos del ANCOVA	Shapiro-Wilk: $W = 0,978$	0,195	No se rechaza el supuesto de normalidad
Homogeneidad de varianzas del posttest	Levene: $F = 0,756$	0,387	No se encontró evidencia de varianzas diferentes entre los grupos
Homocedasticidad de los residuos	Inspección del gráfico de residuos frente a valores ajustados	—	No se observaron patrones sistemáticos ni una forma clara de embudo
Independencia de las observaciones	Consideración derivada del diseño	—	Se interpreta con cautela debido al uso de dos paralelos intactos
Observaciones potencialmente influyentes	Distancia de Cook máxima = 0,168	—	Se revisaron los casos de mayor influencia y se conservaron los 80 participantes

Nota. La linealidad, la homocedasticidad de los residuos y la posible presencia de observaciones influyentes se complementaron mediante inspección gráfica. Para la distancia de Cook se utilizó como referencia el criterio $4/n = 0,05$. El símbolo — indica que no corresponde reportar un valor de p para ese diagnóstico. Elaboración propia a partir de los datos procesados en R.

Los resultados de la Tabla 15 muestran que no se encontraron elementos que impidieran continuar con la estimación del modelo ANCOVA. La relación entre el pretest y el posttest presentó un comportamiento aproximadamente lineal en los dos grupos, aspecto que también puede observarse en el diagrama de dispersión correspondiente.

La homogeneidad de las pendientes se evaluó mediante la interacción entre el pretest y el grupo. El resultado no fue estadísticamente significativo ($t = -1,676$; $p = 0,098$), por lo que no se encontró evidencia suficiente para considerar que la relación entre el rendimiento inicial y el puntaje final fuera distinta entre los grupos. Esto permitió trabajar con el modelo ANCOVA sin incluir el término de interacción.

En cuanto a los residuos del modelo, la prueba de Shapiro-Wilk presentó un valor de $W = 0,978$ y $p = 0,195$. Al ser este valor de p mayor que $0,05$, no se rechazó el supuesto de normalidad. La revisión del gráfico Q-Q complementó este resultado, ya que la mayor parte de los puntos se mantuvo próxima a la línea de referencia, aunque se observaron algunas desviaciones en los extremos.

La prueba de Levene tampoco mostró diferencias estadísticamente significativas en las varianzas del posttest entre los grupos ($F = 0,756$; $p = 0,387$). Esta comprobación se consideró de manera complementaria al análisis gráfico de los residuos. En el gráfico de residuos frente a valores ajustados no se aprecia una forma clara de embudo ni un incremento progresivo de la dispersión, por lo que no se observaron señales importantes de heterocedasticidad.

La independencia de las observaciones se valoró a partir de las condiciones propias del diseño. Los participantes pertenecían a dos paralelos previamente conformados y no fueron asignados individualmente de manera aleatoria. Las clases de ambos grupos estuvieron a cargo del mismo docente, lo que contribuyó a mantener criterios comunes respecto a los contenidos, el tiempo de trabajo y la evaluación. Sin embargo, debido a que los estudiantes compartían un mismo contexto académico dentro

de cada paralelo, este supuesto debe interpretarse con cautela y en correspondencia con la naturaleza cuasiexperimental del estudio.

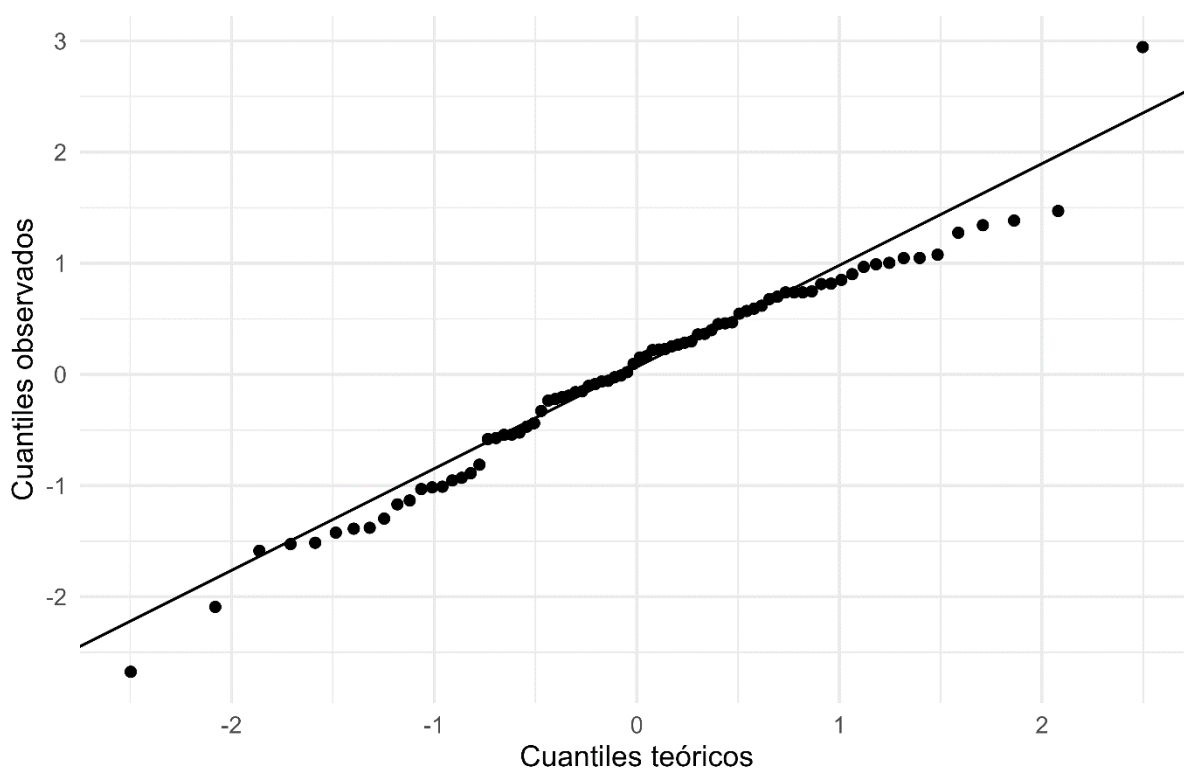
Finalmente, se examinó la influencia de las observaciones mediante la distancia de Cook. Se tomó como referencia el criterio $4/n$, que para los 80 participantes corresponde a 0,05. Algunas observaciones superaron este valor, particularmente los casos 52, 62 y 65, mientras que la distancia máxima registrada fue de aproximadamente 0,168. Estos casos fueron considerados potencialmente influyentes, pero no se eliminaron del análisis principal únicamente por superar este criterio.

Por esta razón, el modelo ANCOVA se estimó conservando a los 80 participantes. Posteriormente se realizó un análisis de sensibilidad, excluyendo temporalmente las observaciones señaladas, con el propósito de comprobar si su presencia modificaba de manera sustancial la conclusión obtenida. Este procedimiento permitió valorar la estabilidad de los resultados sin alterar la muestra utilizada en el análisis principal.

La normalidad de los residuos también fue revisada de manera gráfica mediante el gráfico Q-Q presentado en la Figura 4.

Figura 5

Normalidad de los residuos del modelo ANCOVA

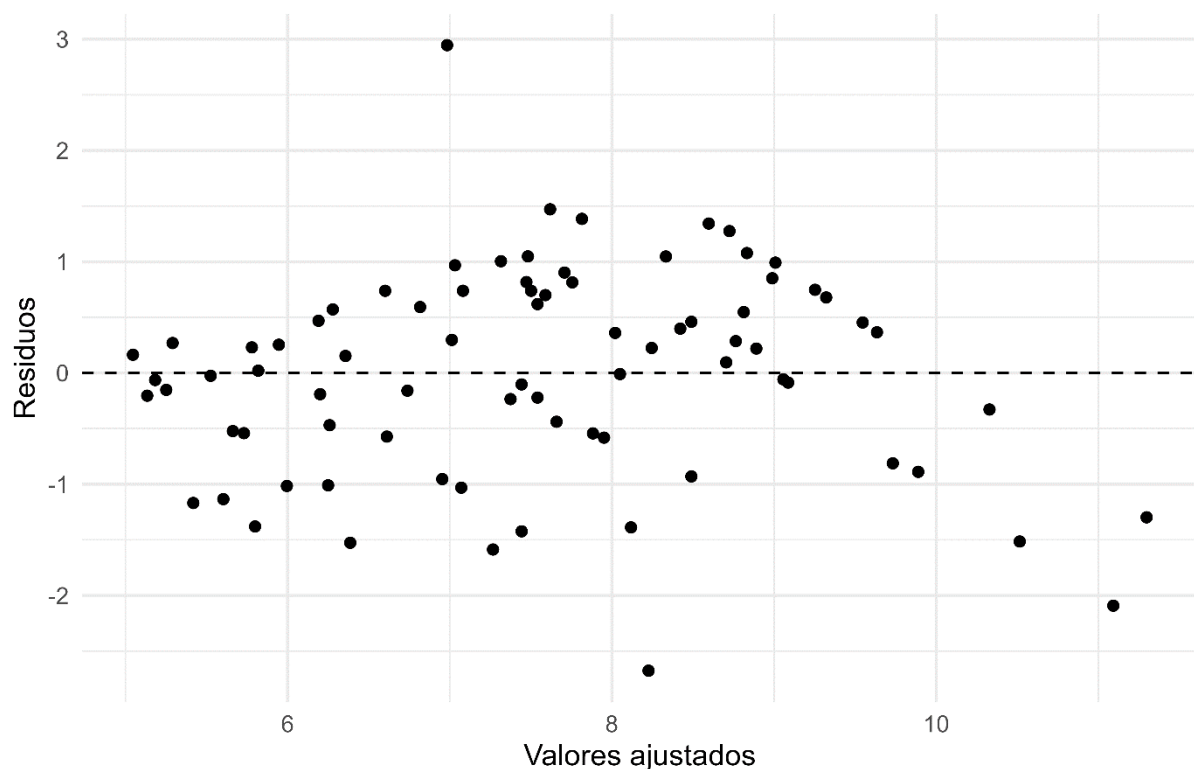


Nota. El gráfico Q-Q compara los cuantiles observados de los residuos del modelo ANCOVA con los cuantiles teóricos esperados bajo una distribución normal. Elaboración propia a partir de los datos obtenidos en la investigación, procesados en R.

En el gráfico Q-Q, la mayor parte de los puntos se mantiene próxima a la línea de referencia. Se observan algunas separaciones en los extremos, pero estas no muestran un alejamiento marcado del patrón esperado bajo normalidad. Esta lectura es consistente con el resultado de la prueba de Shapiro-Wilk presentada anteriormente y no evidencia problemas importantes de normalidad en los residuos del modelo.

La distribución de los residuos respecto de los valores ajustados se presenta en la Figura 5.

Figura 6
Residuos frente a valores ajustados



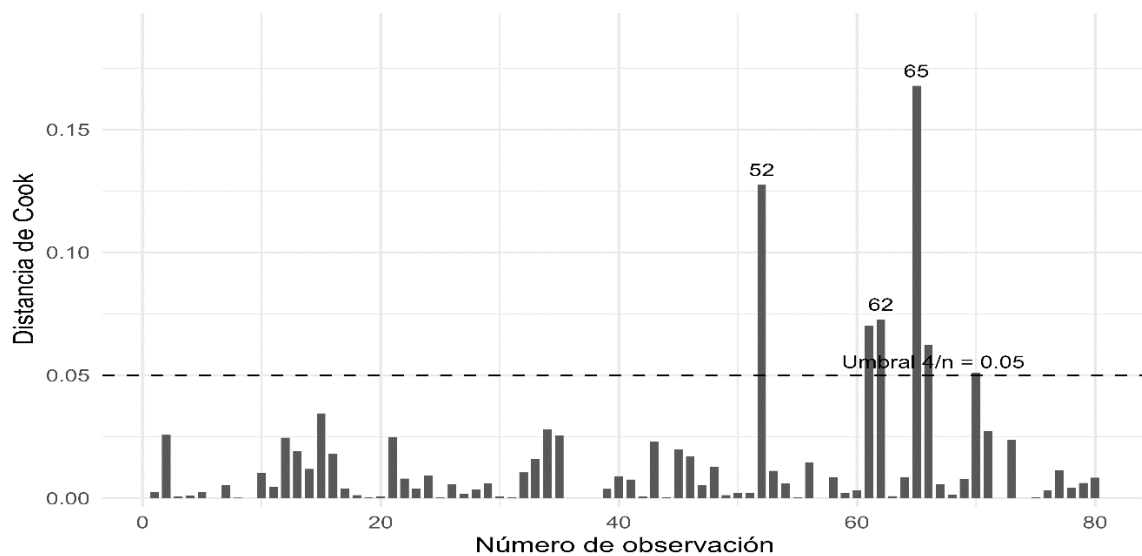
Nota. La línea horizontal discontinua representa el valor cero de los residuos y sirve como referencia para evaluar visualmente su distribución alrededor de los valores ajustados. Elaboración propia a partir de los datos obtenidos en la investigación, procesados en R.

Los residuos se distribuyen alrededor del valor cero sin mostrar una forma de embudo claramente definida. Tampoco se observa una tendencia sistemática en la

dispersión conforme cambian los valores ajustados. Aunque existen algunos puntos más alejados del centro, el comportamiento general no muestra señales importantes de heterocedasticidad.

Como parte del diagnóstico del modelo, también se examinó la posible influencia de observaciones individuales mediante la distancia de Cook, cuyos resultados se presentan en la Figura 6.

Figura 7
Distancia de Cook del modelo ANCOVA



Nota. La línea horizontal discontinua representa el criterio de cribado $4/n = 0,05$. Las barras corresponden a la distancia de Cook de cada observación y las etiquetas identifican los casos con mayor influencia potencial. Elaboración propia a partir de los datos obtenidos en la investigación, procesados en R.

Para este análisis se tomó como criterio de cribado el valor $4/n$. Al contar con 80 participantes, el punto de referencia fue 0,05. Se identificaron seis observaciones por encima de este valor: 52, 61, 62, 65, 66 y 70. La mayor distancia de Cook correspondió a la observación 65, con un valor aproximado de 0,168, seguida de la observación 52, con 0,128.

Estos casos se consideraron potencialmente influyentes y no como observaciones que debían eliminarse de manera automática. Por esta razón, el modelo principal se mantuvo con los 80 estudiantes y, de manera complementaria, se realizó un análisis de sensibilidad excluyendo temporalmente las seis observaciones señaladas.

El resultado de esta comprobación fue consistente con el análisis principal. Al retirar temporalmente estos casos, el efecto del grupo continuó siendo estadísticamente significativo ($F = 68.027$; $p < 0.001$; $\eta^2p = 0.489$). La diferencia ajustada entre el grupo experimental y el grupo control fue de 1.450 puntos, con un IC95 % de 1.099 a 1.801 y $p < 0.001$. Por tanto, la conclusión general no dependió de las observaciones identificadas mediante la distancia de Cook.

Dado que la dirección de la diferencia y la significancia estadística se mantuvieron en el análisis de sensibilidad, para la interpretación principal se conservó el modelo estimado con los 80 participantes. Los resultados del ANCOVA definitivo se presentan en la Tabla 16.

Tabla 16

Análisis de covarianza del rendimiento académico postintervención

Efecto	SC	gl	F	p	Eta2_parcial
Pretest	133.915	1	149.57	< 0.001	0.660
Grupo de intervención	32.340	1	36.12	< 0.001	0.319

Nota. El posttest se consideró como variable dependiente, el grupo de intervención como factor fijo y el pretest como covariable. SC = suma de cuadrados; gl = grados de libertad; η^2p = eta cuadrado parcial. Elaboración propia a partir de los datos procesados en R.

El puntaje obtenido en el pretest estuvo relacionado de manera significativa con el rendimiento alcanzado al finalizar la intervención ($F = 149.57$; $p < 0.001$; $\eta^2p = 0.660$). Este resultado era esperable, ya que el nivel de conocimientos con el que cada estudiante inició el proceso guarda relación con su desempeño posterior.

Lo relevante para el objetivo de la investigación se encuentra en el efecto correspondiente al grupo de intervención. Después de controlar estadísticamente el puntaje inicial, se mantuvieron diferencias significativas entre los dos grupos ($F = 36.12$; $p < 0.001$). El tamaño del efecto fue $\eta^2p = 0.319$, valor que muestra que la pertenencia al grupo de estudio mantuvo una asociación importante con el rendimiento final aun después de considerar la influencia del pretest.

Este resultado no se limita, por tanto, a una diferencia en las calificaciones promedio observadas al terminar las clases. El efecto permanece cuando los estudiantes

son comparados estadísticamente a partir de un mismo marco de referencia respecto de su rendimiento inicial.

Para facilitar la interpretación de esta diferencia, se estimaron las medias ajustadas del posttest para cada grupo, cuyos resultados se presentan en la Tabla 17.

Tabla 17

Medias ajustadas del posttest según el grupo de intervención

Grupo	Media ajustada	Error estándar	gl	IC 95 % inf.	IC 95 % sup.
Control	6.925	0.15	77	6.627	7.223
Experimental	8.197	0.15	77	7.899	8.495

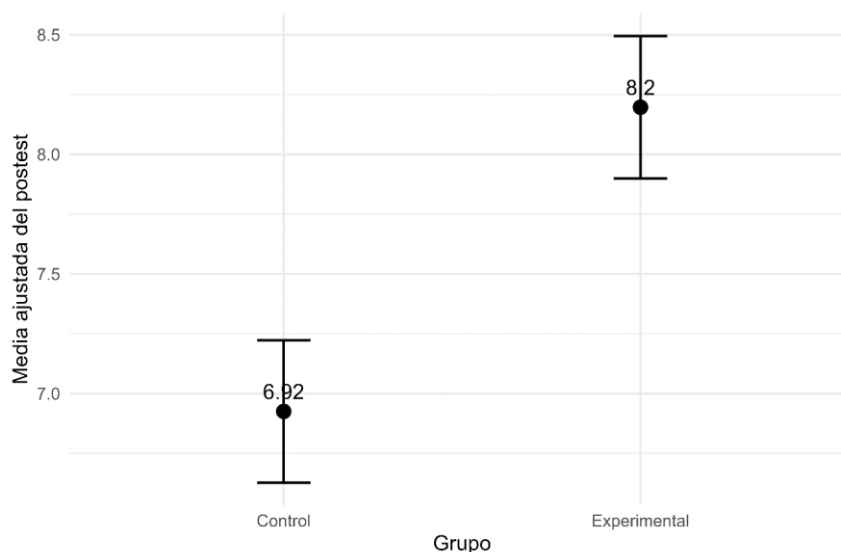
Nota. Las medias del posttest fueron ajustadas por el puntaje obtenido en el pretest. gl = grados de libertad; IC 95 % = intervalo de confianza del 95 %. Elaboración propia a partir de los datos procesados en R.

Después del ajuste por el pretest, la media estimada para el grupo control fue de 6.925 puntos, mientras que para el grupo experimental fue de 8.197 puntos. La diferencia observada descriptivamente en el posttest, por tanto, se mantiene después de considerar estadísticamente el nivel inicial de los estudiantes.

Esta separación puede apreciarse con mayor claridad en la Figura 7.

Figura 8

Medias ajustadas del posttest según el grupo de estudio



Nota. Los puntos representan las medias ajustadas del posttest estimadas mediante el modelo ANCOVA y las barras verticales corresponden a sus intervalos de confianza del 95 %. Las estimaciones fueron ajustadas por el puntaje obtenido en el pretest. Elaboración propia a partir de los datos procesados en R.

La Figura 7 muestra una media ajustada de 6,925 puntos para el grupo control y de 8,197 puntos para el grupo experimental. Los intervalos de confianza evidencian, además, una separación entre las estimaciones de ambos grupos, lo que ofrece una representación gráfica del resultado obtenido mediante el modelo ANCOVA.

Finalmente, se estimó de manera específica la diferencia ajustada entre los grupos, cuyos resultados se presentan en la Tabla 18.

Tabla 18

Diferencia ajustada del posttest entre los grupos de estudio

Comparación	Diferencia ajustada	Error estándar	gl	IC95 % inferior	IC95 % superior	<i>t</i>	<i>p</i>
Experimental - Control	1.272	0.212	77	0.851	1.694	6.01	< 0.001

Nota. La diferencia se calculó como grupo experimental menos grupo control, ajustando las estimaciones por el puntaje obtenido en el pretest. gl = grados de libertad; IC 95 % = intervalo de confianza del 95 %. Elaboración propia a partir de los datos procesados en R.

La diferencia ajustada fue de 1.272 puntos a favor del grupo experimental. El intervalo de confianza del 95 % se ubicó entre 0.851 y 1.694 puntos y no incluyó el valor cero. La diferencia fue estadísticamente significativa ($t = 6.01$; $p < 0.001$).

En términos del estudio, esto significa que dos estudiantes comparables respecto de su rendimiento inicial presentaron, en promedio, una diferencia estimada de alrededor de 1.27 puntos en el posttest según el grupo al que pertenecieron. El rendimiento ajustado fue mayor entre quienes participaron en la estrategia basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo.

Esta diferencia corresponde al efecto de la estrategia combinada en su conjunto, ya que el Aprendizaje Basado en Problemas y el trabajo colaborativo fueron aplicados de manera articulada dentro de una misma condición experimental. Por tanto, el diseño

utilizado no permite determinar de forma independiente la contribución específica de cada uno de estos componentes.

De esta manera, tanto el resultado principal del ANCOVA como las medias ajustadas, el intervalo de confianza y el análisis de sensibilidad apuntan en la misma dirección. La ventaja observada en el grupo experimental se mantiene después de controlar el rendimiento inicial y tampoco desaparece al examinar la influencia de los casos identificados mediante la distancia de Cook. Estos resultados proporcionan la base estadística para realizar, en el siguiente apartado, el contraste de la hipótesis planteada en la investigación.

4.5 Contraste de la hipótesis de investigación

El análisis realizado mediante ANCOVA permitió contrastar la hipótesis planteada en la investigación tomando en cuenta el rendimiento inicial de los estudiantes. Para ello, el puntaje del pretest se incorporó como covariable, mientras que el grupo de estudio se consideró como el factor de interés y el posttest como la medida del rendimiento final.

Los resultados mostraron que, una vez controlado el puntaje inicial, se mantuvo una diferencia estadísticamente significativa entre los grupos ($F = 36,12$; $p < 0,001$). El tamaño del efecto asociado al grupo fue $\eta^2_p = 0,319$, lo que corresponde a un efecto de magnitud considerable dentro del modelo. Este resultado indica que el grupo de estudio tuvo una contribución importante en la explicación del rendimiento obtenido en el posttest, después de considerar la influencia del pretest.

La comparación de las medias ajustadas permitió observar con mayor claridad esta diferencia. El grupo control presentó una media ajustada de 6,925 puntos y el grupo experimental una media de 8,197 puntos. La diferencia estimada entre ambos grupos fue de 1,272 puntos a favor del grupo experimental, con un intervalo de confianza del 95 % comprendido entre 0,851 y 1,694 puntos. Esta diferencia también resultó estadísticamente significativa ($t = 6,01$; $p < 0,001$).

Por tanto, los resultados obtenidos permiten rechazar la hipótesis nula (H_0) y proporcionan evidencia estadística a favor de la hipótesis de investigación (H_1). En otras palabras, después de ajustar las diferencias iniciales mediante el puntaje del pretest, los estudiantes que participaron en la estrategia basada en Aprendizaje Basado en Problemas

y trabajo colaborativo alcanzaron un rendimiento final superior al observado en el grupo que trabajó con la metodología tradicional.

Además, esta conclusión se mantuvo en el análisis de sensibilidad realizado con las observaciones identificadas mediante la distancia de Cook. Al excluir temporalmente estos casos, el efecto del grupo continuó siendo estadísticamente significativo, por lo que el resultado principal no dependió de unas pocas observaciones con mayor influencia sobre el modelo.

En el contexto de esta investigación, los hallazgos respaldan la hipótesis de que la estrategia activa aplicada estuvo asociada con un mejor desempeño en los contenidos de derivación evaluados. Debido a las características del instrumento, este resultado se refiere principalmente al desempeño procedimental en la aplicación de las reglas de derivación y no debe interpretarse como una medición integral de la comprensión conceptual de la derivada. Asimismo, el efecto corresponde a la estrategia combinada de Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo, sin que sea posible establecer la contribución independiente de cada componente. Debido al carácter cuasiexperimental del estudio, estos resultados deben interpretarse dentro de las condiciones en las que se desarrolló la intervención y no como una relación causal absoluta.

Asimismo, debido al carácter no probabilístico de la muestra, la significancia estadística obtenida debe entenderse en relación con los estudiantes incluidos en el estudio y con los supuestos del modelo aplicado. Por tanto, el rechazo de la hipótesis nula no implica una generalización probabilística automática de este resultado hacia otras cohortes o poblaciones universitarias.

4.6 Discusión de resultados

Los resultados obtenidos permiten observar que los estudiantes de ambos grupos mejoraron su rendimiento entre el pretest y el posttest, aunque este cambio fue claramente mayor en quienes participaron en la estrategia basada en Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y trabajo colaborativo. Esta diferencia ya era visible en el análisis descriptivo y se mantuvo al incorporar el rendimiento inicial como covariable en el modelo ANCOVA.

Al inicio del estudio, los grupos presentaron resultados bastante próximos. La media del pretest fue de 5,63 puntos en el grupo control y de 5,71 en el experimental, sin

una diferencia estadísticamente significativa entre ellos. Después de la intervención, el comportamiento fue distinto. El grupo control alcanzó una media de 6,89 puntos y el experimental llegó a 8,23. Este cambio también se reflejó en las ganancias registradas dentro de cada grupo, que fueron de 1,255 y 2,526 puntos, respectivamente. Por tanto, los dos grupos avanzaron durante el período de estudio, pero la mejora fue más marcada entre los estudiantes que trabajaron con la estrategia activa.

El análisis mediante ANCOVA permitió examinar esta diferencia considerando el nivel de conocimientos con el que los estudiantes iniciaron el proceso. Una vez ajustado el efecto del pretest, las medias estimadas fueron de 6,925 puntos para el grupo control y 8,197 para el grupo experimental. La diferencia ajustada fue de 1,272 puntos a favor del grupo experimental (IC95 %: 0,851–1,694; $p < 0,001$). A esto se suma un $\eta^2p = 0,319$ para el efecto del grupo, valor que muestra una magnitud considerable dentro del modelo analizado.

Este resultado es importante porque la diferencia encontrada no se limita a una comparación directa de los puntajes finales. El ajuste mediante el pretest permitió considerar las pequeñas variaciones existentes antes de la intervención y estimar de una manera más adecuada la asociación entre la estrategia utilizada y el rendimiento posterior. Al tratarse de un diseño cuasiexperimental con grupos previamente conformados, no corresponde interpretar esta relación en términos de causalidad absoluta. Sin embargo, la consistencia de los resultados aporta evidencia favorable a la estrategia aplicada.

Los hallazgos guardan relación con lo reportado por Freeman et al. (2014), quienes encontraron mejores resultados académicos cuando la enseñanza en áreas STEM incorpora metodologías activas. Una posible explicación está en el papel que asume el estudiante durante este tipo de experiencias. En lugar de limitarse a recibir información y reproducir procedimientos, debe participar, discutir alternativas y tomar decisiones para resolver una tarea. Esa dinámica estuvo presente durante la intervención desarrollada con el grupo experimental.

En el caso específico de las derivadas, este aspecto adquiere especial importancia. Tall (2013) y Zandieh (2000) han señalado que aprender este contenido no consiste únicamente en dominar reglas de derivación, sino que también implica relacionar distintas representaciones y comprender ideas como cambio, pendiente y variación. Estos

planteamientos permiten reconocer que el aprendizaje de la derivada posee una amplitud mayor que la evaluada mediante el instrumento utilizado en esta investigación.

En efecto, aunque durante la intervención se trabajaron situaciones problemáticas y se promovió la discusión de procedimientos, la evaluación se concentró principalmente en la aplicación de reglas de derivación. Por ello, los resultados obtenidos no permiten afirmar que se haya producido una mejora específica en la comprensión conceptual, gráfica o geométrica de la derivada.

Los resultados también guardan relación con la evidencia disponible sobre metodologías que promueven una participación más activa del estudiante. Prince (2004), a partir de una revisión de investigaciones sobre aprendizaje activo, señala que este tipo de propuestas puede favorecer el aprendizaje cuando el estudiante participa directamente en actividades de análisis, resolución y discusión. En un contexto más próximo al aprendizaje de la derivada, Borji et al. (2018) encontraron mejores resultados en la comprensión gráfica de este concepto en un grupo que trabajó mediante una propuesta activa frente a otro que recibió una enseñanza tradicional. En la presente investigación, el grupo experimental no solo alcanzó un puntaje final más alto, sino que también registró una ganancia promedio mayor respecto de su desempeño inicial.

Desde el punto de vista teórico, el trabajo colaborativo constituye uno de los componentes que puede favorecer la participación y el intercambio de procedimientos entre estudiantes. Hiebert y Grouws (2007) y Johnson y Johnson (1999) señalan que la discusión, la explicación y el intercambio de argumentos pueden fortalecer los procesos de aprendizaje. Estas características estuvieron presentes en la intervención desarrollada; sin embargo, en esta investigación el trabajo colaborativo se aplicó conjuntamente con el Aprendizaje Basado en Problemas. En consecuencia, los resultados no permiten establecer qué parte de la diferencia observada corresponde específicamente al trabajo colaborativo ni qué parte al ABP, sino únicamente valorar el efecto de la estrategia combinada.

Otro elemento que debe considerarse es el conocimiento previo. Las dificultades en cálculo no aparecen únicamente cuando se introduce la derivada, sino que muchas veces están relacionadas con contenidos anteriores que el estudiante todavía no domina por completo. Bressoud et al. (2016) destacan precisamente la influencia que tienen los conocimientos previos en el aprendizaje posterior del cálculo. En este estudio, esa

situación se tomó en cuenta mediante la incorporación del pretest al ANCOVA. De esta manera, la comparación entre los grupos no dependió solamente de las calificaciones alcanzadas al finalizar la intervención.

Los diagnósticos realizados al modelo también aportaron información útil para interpretar los resultados. La revisión de la relación entre el pretest y el posttest, la homogeneidad de las pendientes, el comportamiento de los residuos y la homogeneidad de las varianzas permitió comprobar que el modelo podía utilizarse para el análisis planteado. Por otra parte, la distancia de Cook identificó algunas observaciones con una influencia mayor que el resto. Estas observaciones no fueron eliminadas del análisis principal; se conservaron los 80 participantes y se realizó posteriormente un análisis de sensibilidad.

Esta comprobación tuvo especial relevancia. Al estimar nuevamente el modelo excluyendo de manera temporal los casos identificados mediante el criterio $4/n$, la conclusión sobre el efecto del grupo se mantuvo. Por ello, los resultados principales no parecen depender exclusivamente de unas pocas observaciones con mayor influencia, lo que aporta mayor estabilidad a la interpretación realizada.

A pesar de estos resultados, existen limitaciones que deben considerarse. Los participantes pertenecieron a una sola carrera y a una misma extensión universitaria, por lo que los hallazgos corresponden al contexto en el que se desarrolló el estudio y no deberían generalizarse automáticamente a otras poblaciones. Además, los grupos ya estaban conformados antes de iniciar la investigación. Esta característica es propia del diseño cuasiexperimental y limita el nivel de control que habría sido posible alcanzar mediante una asignación aleatoria individual.

Otra limitación se relaciona con la propia estructura de la intervención. El Aprendizaje Basado en Problemas y el trabajo colaborativo fueron implementados de manera conjunta en el grupo experimental, sin incorporar condiciones adicionales que permitieran evaluar cada componente por separado. Por esta razón, el efecto estimado corresponde a la estrategia combinada y no es posible determinar qué proporción del resultado observado puede atribuirse específicamente al ABP o al trabajo colaborativo.

También debe considerarse el alcance del instrumento empleado para medir el rendimiento académico. La evaluación estuvo compuesta principalmente por ejercicios relacionados con la aplicación de reglas y procedimientos de derivación. En

consecuencia, los resultados representan fundamentalmente el desempeño procedimental de los estudiantes y no permiten valorar de manera integral otros componentes del aprendizaje de la derivada, como su interpretación como razón de cambio, su significado geométrico, su representación gráfica o su aplicación en problemas contextualizados.

En conjunto, los hallazgos muestran que la estrategia que combinó Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo estuvo asociada con un mejor rendimiento en los contenidos de derivación evaluados, particularmente en el desempeño procedimental relacionado con la aplicación de las reglas trabajadas. La diferencia encontrada fue estadísticamente significativa y presentó una magnitud relevante dentro del modelo analizado. Estos resultados corresponden a la estrategia combinada y no permiten establecer efectos independientes para el ABP y el trabajo colaborativo. Más que asumir que una metodología activa resuelve por sí sola las dificultades propias del cálculo diferencial, los hallazgos muestran que, en las condiciones de este estudio, la intervención conjunta estuvo asociada con mejores resultados en el desempeño evaluado.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

La revisión teórica realizada permitió establecer que el Aprendizaje Basado en Problemas y el trabajo colaborativo ofrecen condiciones favorables para una enseñanza en la que el estudiante participa de manera más activa. Su aplicación conjunta permitió organizar una intervención en la que se trabajó no solo la resolución de ejercicios, sino también el análisis de situaciones, la discusión de procedimientos y la construcción conjunta de respuestas. Estos elementos sirvieron como base para organizar la intervención aplicada al grupo experimental.

Antes de iniciar la intervención, los grupos presentaron un nivel de rendimiento bastante parecido. En el pretest, el grupo control obtuvo una media de 5,63 puntos y el grupo experimental de 5,71, diferencia que no fue estadísticamente significativa. Este resultado mostró que, al inicio del estudio, no existía una ventaja académica importante de uno de los grupos sobre el otro. Aun así, el puntaje inicial fue incorporado posteriormente como covariable para realizar una comparación más ajustada.

Los dos grupos mejoraron entre el pretest y el posttest, aunque el cambio fue mayor en el grupo experimental. La ganancia promedio fue de 1,255 puntos en el grupo control y de 2,526 puntos en el grupo experimental. Por tanto, el proceso de enseñanza desarrollado durante el período de estudio estuvo acompañado de mejoras en ambos grupos, pero el avance observado entre los estudiantes que trabajaron con Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo fue más amplio.

El análisis de covarianza confirmó que esta diferencia se mantenía después de considerar el rendimiento inicial. Las medias ajustadas del posttest fueron de 6,925 puntos para el grupo control y 8,197 para el grupo experimental, con una diferencia estimada de 1,272 puntos a favor de este último. Esta diferencia fue estadísticamente significativa ($p < 0,001$) y presentó un tamaño del efecto importante ($\eta^2p = 0,319$). De acuerdo con estos resultados, la estrategia que integró el Aprendizaje Basado en Problemas y el trabajo colaborativo estuvo asociada con un rendimiento académico superior en los contenidos de derivación evaluados, principalmente en el desempeño procedimental relacionado con la aplicación de las reglas de derivación. Este efecto corresponde a la estrategia combinada y no permite determinar de manera independiente la contribución específica de cada uno de sus componentes.

La revisión de los supuestos del modelo y el análisis de sensibilidad fortalecieron esta interpretación. Aunque la distancia de Cook permitió identificar algunas observaciones potencialmente influyentes, estas no fueron eliminadas del análisis principal. Al repetir el modelo excluyéndolas temporalmente, la conclusión general se mantuvo. Esto indica que el resultado obtenido no dependió únicamente de unos pocos casos particulares y aporta mayor estabilidad a los hallazgos alcanzados.

A partir de la evidencia obtenida, se rechazó la hipótesis nula y se respaldó la hipótesis de investigación. Sin embargo, esta conclusión debe entenderse dentro de las condiciones propias del diseño utilizado. Al tratarse de un estudio cuasiexperimental con grupos previamente conformados, no es posible asegurar que todas las diferencias posteriores se expliquen exclusivamente por la intervención. Pueden existir factores no medidos relacionados con los estudiantes o con el contexto de cada paralelo.

El aporte de esta investigación se encuentra en haber evaluado una estrategia activa en un contexto universitario real y haber acompañado la comparación pedagógica con un análisis estadístico que consideró el desempeño inicial de los participantes, los tamaños del efecto, los intervalos de confianza y los diagnósticos del modelo. En ese sentido, los resultados ofrecen evidencia útil sobre la aplicación conjunta del Aprendizaje Basado en Problemas y el trabajo colaborativo para la enseñanza de las derivadas en estudiantes de la carrera de Criminalística de la Universidad Estatal de Bolívar, Extensión San Miguel.

A estas consideraciones se suman dos limitaciones relacionadas directamente con el alcance de la investigación. En primer lugar, el Aprendizaje Basado en Problemas y el trabajo colaborativo fueron aplicados conjuntamente, por lo que el diseño no permite separar estadísticamente el efecto atribuible a cada componente. En segundo lugar, el instrumento utilizado evaluó principalmente la aplicación de reglas y procedimientos de derivación; por ello, los resultados no pueden extenderse a una comprensión integral de la derivada que incluya de manera específica aspectos como razón de cambio, interpretación geométrica, representación gráfica o resolución de problemas contextualizados.

A lo anterior se suma que el instrumento utilizado no contó con un proceso formal de validación psicométrica ni con una estimación previa de su consistencia interna. Al conservarse únicamente los puntajes totales del pretest y el posttest, no fue posible realizar

posteriormente este análisis sin reconstruir información que ya no se encontraba disponible. En consecuencia, los resultados deben interpretarse considerando que las propiedades psicométricas del instrumento no fueron establecidas formalmente, aunque se mantuvieron los mismos contenidos, condiciones de aplicación y criterios de calificación para los dos grupos y en ambos momentos de medición.

Finalmente, los resultados deben interpretarse considerando que el estudio se desarrolló en una sola carrera, dentro de una misma institución y con 80 estudiantes pertenecientes a dos paralelos previamente conformados. La selección correspondió a una muestra no probabilística integrada por los estudiantes disponibles durante el período analizado. Por esta razón, aunque las pruebas estadísticas permitieron valorar las diferencias observadas y la evidencia asociada al modelo dentro de la muestra estudiada, sus resultados no deben entenderse como estimaciones probabilísticamente generalizables a todos los estudiantes de Criminalística ni a otros escenarios educativos. Los hallazgos constituyen principalmente evidencia para el contexto investigado y pueden servir como referencia para estudios posteriores con otras cohortes, carreras e instituciones.

Recomendaciones

A partir de los resultados obtenidos, se recomienda incorporar de manera progresiva actividades basadas en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo en la enseñanza de contenidos matemáticos, especialmente en aquellos temas que suelen presentar mayor dificultad para los estudiantes. Su aplicación no necesariamente implica reemplazar por completo la metodología habitual, sino combinar distintas formas de enseñanza de acuerdo con los objetivos de aprendizaje, las características del grupo y el contenido que se esté desarrollando.

En el caso de la carrera de Criminalística, sería conveniente plantear problemas que permitan relacionar el cálculo diferencial con situaciones cercanas al campo profesional. Trabajar las derivadas desde escenarios contextualizados puede contribuir a que el estudiante encuentre mayor sentido a los procedimientos matemáticos y no los perciba únicamente como ejercicios aislados de su formación profesional.

También se recomienda fortalecer los procesos de capacitación docente relacionados con metodologías activas y trabajo colaborativo. La aplicación de estas estrategias requiere una adecuada planificación de las actividades, organización de los grupos, acompañamiento durante la resolución de los problemas y formas de evaluación coherentes con la participación que se espera de los estudiantes. Por ello, su incorporación puede apoyarse mediante espacios de formación y experiencias compartidas entre docentes.

Aunque los grupos presentaron condiciones iniciales bastante similares, los resultados del estudio también muestran la importancia que tiene el conocimiento previo en el desempeño posterior. En este sentido, resulta conveniente identificar al inicio de las asignaturas posibles dificultades en álgebra, funciones y razonamiento matemático. Cuando estas dificultades sean evidentes, podrían desarrollarse actividades de refuerzo o nivelación antes de abordar contenidos de mayor complejidad, como límites y derivadas.

El uso de recursos tecnológicos puede incorporarse como apoyo a este tipo de trabajo, especialmente cuando permita visualizar gráficas, analizar cambios en funciones o comprobar procedimientos. No se plantea la tecnología como un sustituto de la explicación o del razonamiento matemático, sino como una herramienta complementaria que puede facilitar la exploración de conceptos y la discusión de resultados dentro del aula.

Para futuras investigaciones sería conveniente aplicar la estrategia en otros grupos, carreras e instituciones de educación superior. El presente estudio se desarrolló con 80 estudiantes pertenecientes a una sola carrera y dentro de un contexto institucional específico, por lo que ampliar la investigación permitiría conocer si el comportamiento observado se mantiene en poblaciones con características diferentes.

También se recomienda que nuevos estudios incorporen, cuando las condiciones académicas lo permitan, diseños con mayor control sobre la conformación de los grupos. La asignación aleatoria de los participantes permitiría reducir algunas de las limitaciones propias del diseño cuasiexperimental utilizado en esta investigación. De igual manera, sería útil incorporar mediciones posteriores a la intervención para conocer si las diferencias observadas se mantienen después de varias semanas o meses.

En futuras investigaciones sería conveniente diferenciar experimentalmente los componentes de la estrategia utilizada. Cuando las condiciones académicas y el tamaño de la muestra lo permitan, podrían incorporarse grupos o condiciones diferenciadas para la metodología tradicional, el Aprendizaje Basado en Problemas, el trabajo colaborativo y la combinación de ambos. Esto permitiría estimar con mayor precisión la contribución específica de cada componente y determinar si su aplicación conjunta genera resultados diferentes a los obtenidos cuando se utilizan de manera independiente.

También sería pertinente que futuras investigaciones desarrollen y validen previamente instrumentos que permitan evaluar el aprendizaje de la derivada desde una perspectiva más amplia. Además de incorporar indicadores relacionados con la aplicación de reglas y procedimientos, razón de cambio, interpretación geométrica, representación gráfica y resolución de problemas contextualizados, sería conveniente realizar una valoración formal de su contenido mediante expertos y conservar las puntuaciones obtenidas en cada ítem o ejercicio. Esto permitiría analizar posteriormente su consistencia interna y contar con mayor evidencia sobre la calidad de la medición utilizada.

Finalmente, futuras investigaciones podrían considerar otras variables relacionadas con el aprendizaje de la matemática, como la motivación, la autoeficacia, la ansiedad matemática, los hábitos de estudio o la percepción del estudiante sobre las actividades desarrolladas. La incorporación de estas variables permitiría comprender mejor por qué algunos estudiantes responden de manera distinta ante una misma

estrategia y ampliaría la explicación del rendimiento académico más allá de las calificaciones obtenidas en el pretest y el posttest.

REFERENCIAS

- Asamblea Nacional. (2010). *Ley Orgánica de Educación Superior (LOES)*. Registro Oficial Suplemento No. 298.
- Asamblea Nacional Constituyente. (2008). *Constitución de la República del Ecuador*. Registro Oficial No. 449.
- Ausubel, D. P. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento: Una perspectiva cognitiva*. Paidós.
- Barrows, H. S. (1986). A taxonomy of problem-based learning methods. *Medical Education*, 20(6), 481–486. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2923.1986.tb01386.x>
- Bonwell, C. C., y Eison, J. A. (1991). *Active learning: Creating excitement in the classroom* (ASHE-ERIC Higher Education Report No. 1). George Washington University.
- Borji, V., Alamolhodaei, H., y Radmehr, F. (2018). Application of the APOS-ACE theory to improve students' graphical understanding of derivative. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(7), 2947–2967. <https://doi.org/10.29333/ejmste/91451>
- Bressoud, D., Ghedamsi, I., Martinez-Luaces, V., y Törner, G. (2016). *Teaching and learning of calculus*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-32975-8>
- Campbell, D. T., y Stanley, J. C. (1963). *Experimental and quasi-experimental designs for research*. Houghton Mifflin.
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.). Lawrence Erlbaum Associates.
- Consejo de Educación Superior. (2022). *Reglamento de Régimen Académico*.
- Dochy, F., Segers, M., Van den Bossche, P., y Gijbels, D. (2003). Effects of problem-based learning: A meta-analysis. *Learning and Instruction*, 13(5), 533–568. [https://doi.org/10.1016/S0959-4752\(02\)00025-7](https://doi.org/10.1016/S0959-4752(02)00025-7)
- Engelbrecht, J., Llinares, S., y Borba, M. C. (2020). Transformation of the mathematics classroom with the internet. *Educational Studies in Mathematics*, 104(3), 271–291. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09962-9>
- Freeman, S., Eddy, S. L., McDonough, M., Smith, M. K., Okoroafor, N., Jordt, H., y Wenderoth, M. P. (2014). Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 111(23), 8410–8415. <https://doi.org/10.1073/pnas.1319030111>

- Garbanzo Vargas, G. M. (2007). Factores asociados al rendimiento académico en estudiantes universitarios: Una reflexión desde la calidad de la educación superior pública. *Educación*, 31(1), 43–63.
- Hernández-Sampieri, R., y Mendoza, C. P. (2018). *Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw-Hill Education.
- Hiebert, J., y Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. En F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371–404). Information Age Publishing.
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2022). *Informe de evaluación del aprendizaje en educación superior*.
- Johnson, D. W., y Johnson, R. T. (1999). *Learning together and alone: Cooperative, competitive, and individualistic learning* (5th ed.). Allyn y Bacon.
- Naciones Unidas en Ecuador. (s. f.). *Objetivo de Desarrollo Sostenible 4: Educación de calidad*. <https://ecuador.un.org/es/sdgs/4>
- Piaget, J. (1970). *Psicología y pedagogía*. Ariel.
- Prince, M. (2004). Does active learning work? A review of the research. *Journal of Engineering Education*, 93(3), 223–231. <https://doi.org/10.1002/j.2168-9830.2004.tb00809.x>
- Savery, J. R. (2015). Overview of problem-based learning: Definitions and distinctions. En A. Walker, H. Leary, C. E. Hmelo-Silver, y P. A. Ertmer (Eds.), *Essential readings in problem-based learning: Exploring and extending the legacy of Howard S. Barrows* (pp. 5–15). Purdue University Press.
- Skemp, R. R. (1987). *The psychology of learning mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Stewart, J. (2012). *Cálculo de una variable: Trascendentes tempranas* (7.^a ed.). Cengage Learning.
- Tall, D. (2013). *How humans learn to think mathematically: Exploring the three worlds of mathematics*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139565202>
- Tavakol, M., y Dennick, R. (2011). Making sense of Cronbach's alpha. *International Journal of Medical Education*, 2, 53–55. <https://doi.org/10.5116/ijme.4dfb.8dfd>
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Zandieh, M. (2000). A theoretical framework for analyzing student understanding of the concept of derivative. En E. Dubinsky, A. Schoenfeld, y J. Kaput (Eds.),

ANEXOS

Anexo A Matriz de operacionalización de variables

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Escala	Instrumento
Estrategia de enseñanza (VI)	Forma de organización del proceso de enseñanza de la derivada, diferenciada entre una metodología tradicional y una estrategia activa que integra Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo.	Condición pedagógica aplicada durante seis sesiones: metodología tradicional en el grupo control y estrategia activa que integró ABP y trabajo colaborativo en el grupo experimental. Los dos componentes de la estrategia activa fueron aplicados de manera conjunta y no como tratamientos independientes.	Metodología tradicional / Aprendizaje Basado en Problemas / Trabajo colaborativo	Metodología tradicional: exposición docente y resolución guiada de ejercicios. ABP: presentación de una situación problemática como punto de partida; identificación de información y conceptos necesarios; análisis de estrategias; aplicación y justificación de procedimientos; socialización de resultados. Trabajo colaborativo: organización en equipos de cuatro a cinco estudiantes; asignación de funciones; interacción entre estudiantes; responsabilidad compartida; resolución conjunta y discusión de procedimientos.	Nominal: grupo control / grupo experimental	Protocolo de intervención pedagógica y lista de verificación de fidelidad de implementación.

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Escala	Instrumento
Rendimiento académico en derivadas (VD)	Desempeño académico alcanzado por los estudiantes en los contenidos de derivación evaluados en la asignatura Análisis y Razonamiento Matemático.	Puntaje obtenido en la misma evaluación escrita aplicada antes y después de la intervención, expresado en una escala de 0 a 10 puntos.	Procedimental	Identificación y aplicación de la regla de derivación correspondiente; aplicación de derivación directa y de las reglas del producto, cociente y cadena; desarrollo lógico y ordenado del procedimiento; obtención de resultados matemáticos coherentes.	Cuantitativa discreta (0–10, con posibilidad de puntajes decimales derivados de la valoración parcial de los ejercicios).	Pretest y posttest sobre derivadas.

Nota. El puntaje del pretest se utilizó además como covariable en el modelo ANCOVA para ajustar las diferencias iniciales entre los grupos. No se incluye la variable «percepción estudiantil», debido a que no formó parte de los objetivos ni del análisis de resultados de la investigación.

La condición experimental evaluó de manera conjunta el Aprendizaje Basado en Problemas y el trabajo colaborativo, por lo que no se estimaron efectos independientes para cada componente; asimismo, el rendimiento académico medido corresponde principalmente al desempeño procedimental evaluado mediante el pretest y el posttest.

Anexo B Ficha técnica y criterios de calificación del pretest y postest

Elemento	Descripción
Denominación	Evaluación de conocimientos sobre derivadas.
Propósito	Medir el rendimiento académico antes y después de la intervención pedagógica, principalmente mediante el desempeño procedimental de los estudiantes en la aplicación de las reglas de derivación incluidas en la evaluación.
Alcance de la medición	El instrumento evaluó principalmente el desempeño procedimental en ejercicios de derivación directa y aplicación de las reglas del producto, cociente y cadena. No fue diseñado para medir de manera integral dimensiones como la interpretación de la derivada como razón de cambio, su significado geométrico, la representación gráfica o la resolución de problemas contextualizados.
Modalidad	Prueba escrita y presencial.
Aplicación	El mismo instrumento fue aplicado como pretest y postest a los grupos control y experimental, bajo condiciones generales equivalentes.
Número de ejercicios	10 ejercicios.
Puntaje total	10 puntos.
Contenido evaluado	Tres ejercicios de derivación directa; dos de regla del producto; dos de regla del cociente; dos de regla de la cadena en expresiones que incluyeron operaciones de multiplicación, división o logaritmo natural; y un ejercicio de regla de la cadena aplicado a funciones trigonométricas.

Criterios de calificación. Cada ejercicio tuvo un valor máximo de 1,00 punto. Se asignó el puntaje completo cuando el procedimiento y el resultado fueron correctos. Cuando el estudiante desarrolló correctamente una parte del procedimiento, se otorgó un puntaje parcial proporcional al avance matemático alcanzado, considerando la regla de derivación

empleada, la continuidad lógica del procedimiento y la coherencia del resultado obtenido. Cuando no existió un procedimiento matemático correcto que pudiera ser valorado, el ejercicio recibió 0 puntos. La suma de los diez ejercicios produjo una calificación entre 0 y 10 y permitió la presencia de valores decimales. Los mismos criterios se aplicaron en ambos grupos y en los dos momentos de evaluación.

Criterio	Descripción
Selección de la regla de derivación	Identificación y aplicación de la regla correspondiente al ejercicio planteado.
Desarrollo matemático	Secuencia lógica y coherente de operaciones y transformaciones.
Procedimiento parcialmente correcto	Asignación proporcional de puntaje según la parte del desarrollo correctamente realizada.
Resultado final	Coherencia del resultado con el procedimiento desarrollado.
Ausencia de procedimiento valorable	Puntaje de 0 cuando no existió un desarrollo matemático correcto susceptible de valoración.

Sustento del instrumento. La evaluación correspondió a un instrumento académico elaborado y aprobado en el ámbito de la cátedra, de acuerdo con los contenidos planificados en el sílabo y los resultados de aprendizaje previstos para el tema de derivadas. No se realizó una validación psicométrica independiente ni un juicio formal de expertos; por ello, el sustento del instrumento se presenta de manera transparente a partir de su correspondencia con los contenidos efectivamente desarrollados y del uso de criterios uniformes de calificación.

Confiabilidad del instrumento. La base de datos conservada para el análisis contiene las calificaciones totales obtenidas por los estudiantes en el pretest y el postest, pero no los puntajes desagregados de cada uno de los diez ejercicios. Por esta razón, no fue posible estimar retrospectivamente la consistencia interna del instrumento mediante alfa de Cronbach u otro coeficiente que requiera información a nivel de ejercicio. Tampoco se aplicó KR-20, debido a que, además de no conservarse las respuestas individuales por ejercicio, el sistema de calificación admitió puntajes parciales y no únicamente respuestas dicotómicas. No se reconstruyeron datos posteriormente para realizar estos cálculos.

Nota sobre la disponibilidad del instrumento. La evaluación se aplicó presencialmente en soporte físico. Los ejemplares respondidos quedaron en poder de los estudiantes al finalizar el proceso académico y no se conserva una copia íntegra de los instrumentos aplicados. Por esta razón, el test original no se reproduce en este anexo. En su lugar se documentan su estructura, los contenidos evaluados y los criterios de calificación utilizados. No se reconstruyeron de memoria ni se incorporaron ítems posteriores que no correspondan al instrumento realmente aplicado.

Anexo C Consentimiento informado

Título del estudio: Análisis estadístico del efecto de una estrategia activa basada en Aprendizaje Basado en Problemas y trabajo colaborativo sobre el aprendizaje de derivadas en estudiantes de primer semestre de la carrera de Criminalística de la Universidad Estatal de Bolívar, Extensión San Miguel.

Objetivo: Analizar el efecto de una estrategia activa de enseñanza sobre el rendimiento académico en derivadas, en comparación con una metodología tradicional.

Participación: La participación comprende el uso, con fines de investigación, de los resultados obtenidos en las evaluaciones aplicadas antes y después de la intervención pedagógica. Las actividades desarrolladas forman parte del contexto habitual de la asignatura.

Voluntariedad: La participación en la investigación es voluntaria. La decisión de participar o no participar no genera consecuencias académicas ni modifica las calificaciones oficiales.

Confidencialidad: La información será tratada de manera confidencial. Para el procesamiento estadístico se utilizarán códigos y no se incorporarán nombres ni datos que permitan identificar individualmente a los participantes en los resultados o publicaciones derivadas del estudio.

Riesgos y beneficios: La investigación no incorpora procedimientos adicionales que impliquen riesgos físicos o psicológicos distintos de las actividades académicas habituales. Los resultados podrán aportar información para mejorar las estrategias de enseñanza de contenidos matemáticos en educación superior.

Retiro: El participante podrá solicitar el retiro de su información del estudio mientras sea técnicamente posible identificar su registro antes de la consolidación final de la base anonimizada.

Uso de la información: Los resultados serán utilizados exclusivamente con fines académicos y científicos, respetando la confidencialidad de los participantes.

Declaro que he leído la información anterior, he podido comprender el propósito del estudio y acepto voluntariamente participar.

Nombre del participante: _____

Firma: _____

Fecha: _____

Anexo D Registro de fidelidad de implementación de la intervención pedagógica

El control de fidelidad se utilizó para comprobar que la metodología prevista para cada grupo se mantuviera durante las seis sesiones y que las condiciones generales de aplicación fueran comparables. No se registraron desviaciones respecto de la planificación establecida.

Criterio	Grupo control	Grupo experimental	Resultado observado
Contenidos planificados	Aplicado	Aplicado	Cumplido en las seis sesiones.
Secuencia de contenidos	Aplicado	Aplicado	Se mantuvo la misma secuencia temática.
Tiempo de trabajo	Equivalente	Equivalente	Se mantuvo una duración comparable.
Metodología asignada	Tradicional	ABP + trabajo colaborativo	Se mantuvo la diferencia metodológica prevista.
Resolución principalmente individual y guiada	Predominante	No predominante	Se mantuvo como característica del grupo control.
Secuencia de ABP: situación problemática, análisis de información y estrategias, aplicación y justificación de procedimientos y socialización de resultados	No predominante	Predominante	Se desarrolló como estructura de trabajo prevista para el grupo experimental durante la intervención.

Criterio	Grupo control	Grupo experimental	Resultado observado
Trabajo colaborativo: organización en equipos, asignación de funciones, interacción, responsabilidad compartida y discusión conjunta de procedimientos	No predominante	Predominante	Se desarrolló como dinámica de trabajo prevista para el grupo experimental durante la intervención.
Retroalimentación docente	Aplicada	Aplicada	Se mantuvo en ambos grupos.
Docente responsable	Mismo docente	Mismo docente	Condición común durante la intervención.
Condiciones generales de evaluación	Equivalentes	Equivalentes	Se utilizaron los mismos criterios de calificación y el mismo instrumento en pretest y postest.

Resultado del control. Durante las seis sesiones no se registraron cambios que alteraran la metodología prevista para alguno de los grupos. Ambos paralelos trabajaron los mismos contenidos, con una secuencia temática y un tiempo de trabajo equivalentes, bajo la responsabilidad del mismo docente. La diferencia planificada se concentró en la forma de enseñanza: exposición y resolución guiada en el grupo control, y Aprendizaje Basado en Problemas con trabajo colaborativo en el grupo experimental.

El registro permitió diferenciar operativamente los componentes de la estrategia: el ABP organizó la secuencia de abordaje de las situaciones planteadas, mientras que el trabajo colaborativo definió la dinámica de interacción mediante la cual estas actividades fueron desarrolladas. Ambos componentes se implementaron de manera articulada como una sola condición experimental.

Anexo E Script en R utilizado para el análisis estadístico reproducible

El siguiente script corresponde a la versión final alineada con el capítulo de resultados. Incluye la importación y depuración de datos, estadística descriptiva, comparaciones pretest–postest, verificación de supuestos y diagnóstico del ANCOVA, distancia de Cook, análisis de sensibilidad por observaciones potencialmente influyentes, ANCOVA principal, medias ajustadas, diferencia ajustada y generación de las figuras. Se retiró el bloque de sensibilidad de potencia para mantener correspondencia con el procedimiento finalmente reportado en el trabajo.

```
#
=====
=====
# TESIS DE MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA APLICADA
# ANÁLISIS ESTADÍSTICO REPRODUCIBLE
# Autor: Jair Vistín
#
=====
=====
#
=====
=====
# 1. PAQUETES
#
=====
=====

paquetes <- c(
  "readxl",
  "dplyr",
  "tidyr",
  "janitor",
  "ggplot2",
  "car",
  "broom",
  "emmeans"
)

instalar <- paquetes[
  !paquetes %in% rownames(installed.packages())
]

if (length(instalar) > 0) {
  install.packages(instalar)
}
```

```

library(readxl)
library(dplyr)
library(tidyr)
library(janitor)
library(ggplot2)
library(car)
library(broom)
library(emmeans)

#
=====

# 2. IMPORTACIÓN Y PREPARACIÓN DE LA BASE
#
=====

datos <- read_excel(
  "Base de datos.xlsx",
  sheet = 1
) |>
clean_names() |>
select(
  id, grupo, edad, pretest, posttest
) |>
mutate(
  edad = as.numeric(edad),
  pretest = as.numeric(pretest),
  posttest = as.numeric(posttest),
  grupo = factor(
    grupo,
    levels = c("Control", "Experimental")
  ),
  diferencia = posttest - pretest,
  mejora_porcentual =
    (diferencia / pretest) * 100
)

# Verificación básica de la base
nrow(datos)
table(datos$grupo)
colSums(is.na(datos))

#
=====

# 3. TABLA 11. ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS GENERALES

```

```

#
=====

tabla11 <- datos |>
  select(
    edad,
    pretest,
    posttest,
    diferencia,
    mejora_porcentual
  ) |>
  pivot_longer(
    everything(),
    names_to = "Variable",
    values_to = "Valor"
  ) |>
  group_by(Variable) |>
  summarise(
    N = sum(!is.na(Valor)),
    Media = mean(Valor, na.rm = TRUE),
    DE = sd(Valor, na.rm = TRUE),
    Mediana = median(Valor, na.rm = TRUE),
    Q1 = quantile(Valor, 0.25, na.rm = TRUE),
    Q3 = quantile(Valor, 0.75, na.rm = TRUE),
    Mínimo = min(Valor, na.rm = TRUE),
    Máximo = max(Valor, na.rm = TRUE),
    .groups = "drop"
  ) |>
  mutate(
    across(
      where(is.numeric),
      ~ round(.x, 2)
    )
  )

tabla11

#
=====

# 4. TABLA 12. ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS POR GRUPO
#
=====

tabla12 <- datos |>
  select(
    grupo,
    pretest,

```

```

posttest,
diferencia,
mejora_porcentual
) |>
pivot_longer(
  -grupo,
  names_to = "Variable",
  values_to = "Valor"
) |>
group_by(grupo, Variable) |>
summarise(
  N = sum(!is.na(Valor)),
  Media = mean(Valor, na.rm = TRUE),
  DE = sd(Valor, na.rm = TRUE),
  Mediana = median(Valor, na.rm = TRUE),
  Q1 = quantile(Valor, 0.25, na.rm = TRUE),
  Q3 = quantile(Valor, 0.75, na.rm = TRUE),
  Mínimo = min(Valor, na.rm = TRUE),
  Máximo = max(Valor, na.rm = TRUE),
  .groups = "drop"
) |>
mutate(
  across(
    where(is.numeric),
    ~ round(.x, 2)
  )
)

tabla12

#
=====
# 5. FIGURA 1. DISTRIBUCIÓN DEL PRETEST POR GRUPO
#
=====

figura1 <- ggplot(
  datos,
  aes(x = grupo, y = pretest)
) +
  geom_boxplot(width = 0.55) +
  labs(
    title = "Distribución de los puntajes del pretest por grupo",
    x = "Grupo",
    y = "Puntaje del pretest"
  ) +
  theme_minimal(base_size = 14)

```

figura1

```
#
=====
# 6. TABLA 13. COMPARACIÓN INICIAL ENTRE LOS GRUPOS
#
=====

pre_control <- datos |>
  filter(grupo == "Control") |>
  pull(pretest)

pre_experimental <- datos |>
  filter(grupo == "Experimental") |>
  pull(pretest)

prueba_pretest <- t.test(
  pre_experimental,
  pre_control,
  var.equal = FALSE,
  conf.level = 0.95
)

n_control <- length(pre_control)
n_experimental <- length(pre_experimental)

de_agrupada <- sqrt(
  (
    (n_control - 1) * sd(pre_control)^2 +
    (n_experimental - 1) * sd(pre_experimental)^2
  ) /
  (n_control + n_experimental - 2)
)

d_pretest <- (
  mean(pre_experimental) -
  mean(pre_control)
) / de_agrupada

tabla13 <- data.frame(
  Comparación = "Experimental - Control",
  Diferencia_medias =
    mean(pre_experimental) -
    mean(pre_control),
  IC95_inferior =
    prueba_pretest$conf.int[1],
  IC95_superior =
    prueba_pretest$conf.int[2],
```

```

t = unname(prueba_pretest$statistic),
gl = unname(prueba_pretest$parameter),
p = prueba_pretest$p.value,
Cohen_d = d_pretest
)

tabla13

#
=====
=====
# 7. FIGURA 2. DISTRIBUCIÓN DEL POSTEST POR GRUPO
#
=====
=====

figura2 <- ggplot(
  datos,
  aes(x = grupo, y = postest)
) +
  geom_boxplot(width = 0.55) +
  labs(
    title = "Distribución de los puntajes del postest por grupo",
    x = "Grupo",
    y = "Puntaje del postest"
  ) +
  theme_minimal(base_size = 14)

figura2

#
=====
=====
# 8. NORMALIDAD DE LAS DIFERENCIAS PRETEST-POSTEST
# (SUPUESTO DE LAS COMPARACIONES PAREADAS; NO FORMA PARTE
# DE LA
# TABLA 15 DEL ANCOVA)
#
=====
=====

normalidad_diferencias <- datos |>
  group_by(grupo) |>
  summarise(
    W = unname(
      shapiro.test(diferencia)$statistic
    ),
    p = shapiro.test(diferencia)$p.value,
    .groups = "drop"
  )

```

```
normalidad_diferencias
```

```
#
```

```
=====
```

```
# 9. TABLA 14. CAMBIOS PRETEST-POSTEST DENTRO DE CADA GRUPO
```

```
#
```

```
=====
```

```
analizar_cambio <- function(base, nombre_grupo) {
```

```
  diferencias <- base$posttest - base$pretest
```

```
  prueba <- t.test(
    diferencias,
    mu = 0,
    conf.level = 0.95
  )
```

```
# d_z de Cohen para medidas relacionadas:
# media de las diferencias posttest-pretest dividida
# para la desviación estándar de esas diferencias
```

```
d_z <- mean(diferencias) /
  sd(diferencias)
```

```
data.frame(
  Grupo = nombre_grupo,
  Prueba = "t para muestras relacionadas",
  Cambio = mean(diferencias),
  IC95_inferior = prueba$conf.int[1],
  IC95_superior = prueba$conf.int[2],
  Estadístico =
    unname(prueba$statistic),
  gl =
    unname(prueba$parameter),
  p =
    prueba$p.value,
  d_z =
    d_z
)
```

```
}

tabla14 <- bind_rows(
  analizar_cambio(
    filter(datos, grupo == "Control"),
    "Control"
```

```

),
analizar_cambio(
  filter(datos, grupo == "Experimental"),
  "Experimental"
)
)

tabla14

#
=====
# 10. MODELOS PARA EL ANCOVA Y LA HOMOGENEIDAD DE
PENDIENTES
#
=====

modelo_interaccion <- lm(
  posttest ~ pretest * grupo,
  data = datos
)

# La edad se conservó como variable descriptiva.
# No se incorporó como covariable en el ANCOVA principal debido
# a su reducida variabilidad en la muestra y porque no fue definida
# a priori como variable de ajuste. El modelo principal controla
# el rendimiento académico basal mediante el puntaje del pretest.

modelo_ancova <- lm(
  posttest ~ pretest + grupo,
  data = datos
)

#
=====
# 11. HOMOGENEIDAD DE PENDIENTES
#
=====

resultado_interaccion <- tidy(
  modelo_interaccion
) |>
  filter(
    grepl("pretest:grupo", term)
  )

resultado_interaccion

```

```

#
=====

# 12. RESIDUOS, VALORES AJUSTADOS Y DISTANCIA DE COOK
#
=====

datos <- datos |>
mutate(
  residuos_ancova =
    residuals(modelo_ancova),
  ajustados_ancova =
    fitted(modelo_ancova),
  cook =
    cooks.distance(modelo_ancova),
  observacion =
    row_number()
)

#
=====

# 13. NORMALIDAD DE LOS RESIDUOS DEL ANCOVA
#
=====

shapiro_residuos <- shapiro.test(
  datos$residuos_ancova
)

shapiro_residuos

#
=====

# 14. HOMOGENEIDAD DE VARIANZAS DEL POSTEST
#
=====

levene <- leveneTest(
  postest ~ grupo,
  data = datos
)

levene

```

```

#
=====
# 15. FIGURA 3. RELACIÓN ENTRE PRETEST Y POSTEST SEGÚN EL GRUPO
#
=====

figura3 <- ggplot(
  datos,
  aes(
    x = pretest,
    y = posttest,
    shape = grupo,
    linetype = grupo
  )
) +
  geom_point(size = 2.3) +
  geom_smooth(
    method = "lm",
    se = FALSE
  ) +
  labs(
    title = "Relación entre el pretest y el posttest según el grupo",
    x = "Puntaje del pretest",
    y = "Puntaje del posttest",
    shape = "Grupo",
    linetype = "Grupo"
  ) +
  theme_minimal(base_size = 14)

figura3

#
=====
# 16. FIGURA 4. NORMALIDAD DE LOS RESIDUOS DEL ANCOVA
#
=====

figura4 <- ggplot(
  datos,
  aes(sample = residuos_ancova)
) +
  stat_qq() +
  stat_qq_line() +
  labs(
    title = "Normalidad de los residuos del modelo ANCOVA",
    x = "Cuantiles teóricos",

```

```

    y = "Cuantiles observados"
  ) +
  theme_minimal(base_size = 14)

figura4

#
=====
=====
# 17. FIGURA 5. RESIDUOS FRENTE A VALORES AJUSTADOS
#
=====
=====

figura5 <- ggplot(
  datos,
  aes(
    x = ajustados_ancova,
    y = residuos_ancova
  )
) +
  geom_point() +
  geom_hline(
    yintercept = 0,
    linetype = "dashed"
  ) +
  labs(
    title = "Residuos frente a valores ajustados",
    x = "Valores ajustados",
    y = "Residuos"
  ) +
  theme_minimal(base_size = 14)

figura5

#
=====
=====
# 18. TABLA 15. SUPUESTOS Y DIAGNÓSTICO DEL MODELO ANCOVA
#
=====
=====

umbral_cook <- 4 / nrow(datos)

# Esta tabla resume únicamente los supuestos y diagnósticos del ANCOVA.
# La normalidad de las diferencias pretest-postest se reporta por separado
# porque corresponde a las comparaciones t para muestras relacionadas.

tabla15 <- data.frame(

```

```

Supuesto = c(
  "Linealidad entre pretest y posttest",
  "Homogeneidad de pendientes de regresión",
  "Normalidad de los residuos del ANCOVA",
  "Homogeneidad de varianzas del posttest",
  "Homocedasticidad de los residuos",
  "Independencia de las observaciones",
  "Observaciones potencialmente influyentes"
),
Estadístico = c(
  "Inspección gráfica",
  paste0(
    "t = ",
    round(resultado_interaccion$statistic, 3)
  ),
  paste0(
    "W = ",
    round(unname(shapiro_residuos$statistic), 3)
  ),
  paste0(
    "F = ",
    round(levene[1, "F value"], 3)
  ),
  "Inspección gráfica",
  "Consideración derivada del diseño",
  paste0(
    "Cook máx. = ",
    round(max(datos$cook, na.rm = TRUE), 3)
  )
),
p = c(
  NA,
  resultado_interaccion$p.value,
  shapiro_residuos$p.value,
  levene[1, "Pr(>F)"],
  NA,
  NA,
  NA
),
Decisión = c(
  "Relación aproximadamente lineal",
  "No se encontró evidencia de pendientes diferentes entre los grupos",
  "No se rechaza el supuesto de normalidad",
  "No se encontró evidencia de varianzas diferentes entre los grupos",
  "No se observaron patrones sistemáticos ni una forma clara de embudo",
  "Se interpreta con cautela por el uso de dos paralelos intactos",
  "Los casos de mayor influencia se revisaron mediante análisis de sensibilidad"
)
)

```

```

tabla15

#
=====
# 19. DISTANCIA DE COOK
#
=====

tabla_cook <- datos |>
  select(
    observacion,
    id,
    grupo,
    cook
  ) |>
  arrange(desc(cook))

casos_cook <- tabla_cook |>
  filter(cook > umbral_cook)

tabla_cook
casos_cook

#
=====
# 20. FIGURA 6. DISTANCIA DE COOK DEL MODELO ANCOVA
#
=====

top_cook <- tabla_cook |>
  slice_head(n = 3)

figura6 <- ggplot(
  tabla_cook,
  aes(
    x = observacion,
    y = cook
  )
) +
  geom_col(width = 0.72) +
  geom_hline(
    yintercept = umbral_cook,
    linetype = "dashed"
  ) +
  geom_text(
    data = top_cook,

```

```

aes(label = observacion),
vjust = -0.7
) +
labs(
title = "Distancia de Cook del modelo ANCOVA",
x = "Número de observación",
y = "Distancia de Cook"
) +
theme_minimal(base_size = 14)

```

figura6

#

=====

21. TABLA 16. ANÁLISIS DE COVARIANZA

#

```

=====

resultado_ancova <- Anova(
  modelo_ancova,
  type = 2
)

sc_error <- sum(
  residuals(modelo_ancova)^2
)

tabla16 <- data.frame(
  Efecto =
    rownames(resultado_ancova),
  SC =
    resultado_ancova[, "Sum Sq"],
  gl =
    resultado_ancova[, "Df"],
  F =
    resultado_ancova[, "F value"],
  p =
    resultado_ancova[, "Pr(>F)"]
) |>
filter(Efecto != "Residuals") |>
mutate(
  Eta2_parcial =
    SC / (SC + sc_error)
)

```

tabla16

```

#
=====
# 22. TABLA 17. MEDIAS AJUSTADAS DEL POSTEST
#
=====

medias_ajustadas <- emmeans(
  modelo_ancova,
  ~ grupo
)

tabla17 <- as.data.frame(
  confint(
    medias_ajustadas,
    level = 0.95
  )
)

tabla17

#
=====
# 23. TABLA 18. DIFERENCIA AJUSTADA ENTRE LOS GRUPOS
#
=====

comparacion_ajustada <- contrast(
  medias_ajustadas,
  method = list(
    "Experimental - Control" =
      c(-1, 1)
  )
)

tabla18 <- as.data.frame(
  summary(
    comparacion_ajustada,
    infer = c(TRUE, TRUE),
    level = 0.95
  )
)

tabla18

```

```

#
=====
# 24. FIGURA 7. MEDIAS AJUSTADAS DEL POSTEST
#
=====

datos_medias <- as.data.frame(
  confint(
    medias_ajustadas,
    level = 0.95
  )
)

figura7 <- ggplot(
  datos_medias,
  aes(
    x = grupo,
    y = emmean
  )
) +
  geom_point(size = 4) +
  geom_errorbar(
    aes(
      ymin = lower.CL,
      ymax = upper.CL
    ),
    width = 0.15
  ) +
  geom_text(
    aes(
      label = round(emmean, 2)
    ),
    vjust = -0.8
  ) +
  labs(
    title = "Medias ajustadas del postest según el grupo de intervención",
    x = "Grupo",
    y = "Media ajustada del postest"
  ) +
  theme_minimal(base_size = 14)

figura7

#
=====
# 25. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD POR DISTANCIA DE COOK

```

```

#
=====

# El criterio 4/n se usa únicamente para identificar observaciones que
# conviene revisar. El modelo principal conserva a los 80 participantes.

datos_sensibilidad <- datos |>
  filter(cook <= umbral_cook)

modelo_sensibilidad <- lm(
  posttest ~ pretest + grupo,
  data = datos_sensibilidad
)

resultado_sensibilidad <- Anova(
  modelo_sensibilidad,
  type = 2
)

sc_error_sensibilidad <- sum(
  residuals(modelo_sensibilidad)^2
)

tabla_sensibilidad <- data.frame(
  Efecto = rownames(resultado_sensibilidad),
  SC = resultado_sensibilidad[, "Sum Sq"],
  gl = resultado_sensibilidad[, "Df"],
  F = resultado_sensibilidad[, "F value"],
  p = resultado_sensibilidad[, "Pr(>F)"]
) |>
  filter(Efecto != "Residuals") |>
  mutate(
    Eta2_parcial =
      SC / (SC + sc_error_sensibilidad)
  )

tabla_sensibilidad

medias_sensibilidad <- emmeans(
  modelo_sensibilidad,
  ~ grupo
)

medias_sensibilidad

comparacion_sensibilidad <- contrast(
  medias_sensibilidad,
  method = list(
    "Experimental - Control" =

```

```
      c(-1, 1)
    )
  )

summary(
  comparacion_sensibilidad,
  infer = c(TRUE, TRUE),
  level = 0.95
)
```